Tentamen i Matematik M1 del B 940117 kl 08.45–12.45

Salar: MN, **Kurskod:** TMA080 0277.
Hjälpmedel: Formelblad för matematik M1 del B. Ej räknedosa.
Telefon: Samuel Bengmark 5302

För godkänt krävs dels minst 14 poäng på de tre bäst belönade problemen (1–6), dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

---

1. Lös följande differentialekvationer

   (a) $y' = xy + x - 2y - 2, \quad y(0) = 2$ (3p)

   (b) $xy' = 3y + x^4 \cos x, \quad y(2\pi) = 0$ (3p)

2. Ekvationen $p(z) = 0$ där $p(z) = z^4 - 2z^3 - 3z^2 + 4z + 104$ har en rot z sådan att $e^{j\pi/4}z$ är reell. Bestäm denna rot och faktorisera $p(z)$ reellt. (6p)

3. (a) Lös differentialekvationen $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = e^{2x}$ (4p)

   (b) Lös differensekvationen $y_{n+3} + 4y_{n+2} + 5y_{n+1} + 2y_n = 12n + 4$ (4p)

4. En kurva ges i komplex form av $z = (\sqrt{3} + \cos 3\theta)e^{j\theta}$. Ge kurvans ekvation i polära koordinater (r, θ). Rita kurvan. Ange de punkter där kurvtangenten och ortsvektorn är vinkelräta mot varandra. Beräkna vinkeln mellan ortsvektorn och kurvtangenten för $\theta = \pi/2$. Beräkna arean inom kurvan. (6p)

5. En tank innehåller 60 liter rent vatten. Genom ett rör tillförs 2 liter saltlösning per minut, denna lösning innehåller 5 gram salt per liter lösning. Genom ett annat rör avtappas tre liter per minut, av den perfekt blandade vätskan i tanken. Tanken kommer alltså att vara tom efter exakt 1 timma. Bestäm saltmängden i tanken efter t minuter. Vad är den maximala saltmängden i tanken? (6p)

6. Funktionen $f(x)$ har derivator av alla ordningar i ett intervall $(-h, h)$, $h > 0$. Dessutom gäller $f(0) = 1$ och $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(f(x))}{(\ln(\frac{\tan x}{x\sqrt{1+x^3}}))^3} = 1$. Kan man av detta avgöra om $f(x)$ har extremvärde för $x = 0$? Vilken typ av extremvärde? (6p)

7. Formulera och bevisa Taylors formel med restterm på integralform. (6p)

8. Hur bestämmer man ortogonalkurvorna till en kurvskara $F(x, y) = C$? Motivera!! (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik