Tentamen i Matematik M1 del B 940407 kl 08.45–12.45.

Salar: MN.
Hjälpmedel: Formelblad för matematik M1 del B. Ej räknedosa.
Telefon: Per Karlsson 5310

För godkänt krävs dels minst 14 poäng på de tre bäst belönade problemen (1–6), dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

1. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} (1+x^3)y' - 3x^2y = (x^2-x+1)^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}.$$

(6p)

2. En partikelbana ges av $(x, y, z) = (\cos 2t, \sin 2t, \sin t)$. Bestäm partikelns hastighet och banans krökningsradie i de punkter där farten är minimal. (6p)

3. (a) Bestäm allmänna lösningen till

$$y'' + 2y' + 2y = 2e^{-2t}.$$

(4p)

(b) Lös, för $t > 0$, begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = e^{-t}\theta(t) \\ y(0-) = 1,\ y'(0-) = -1 \end{cases}$$

med hjälp av laplacetransformering. (4p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x\to 0} \frac{3(3(3((1-x)^{1/3}-1)+x)+x^2)}{1-e^{x(1-\cos(2x))}}.$$

(6p)

5. Lös ekvationen $z^6 + 3z^4 + 3z^2 + 9 = 0$.
Lösningarna skall anges på formen $a + jb$. (6p)

6. Funktionen f är deriverbar och positiv för $x > 0$. Vidare är $f(1) = 3$. För varje $x_0 > 0$ har triangeln, som begränsas av de positiva koordinataxlarna och tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten $(x_0, f(x_0))$, dubbelt så stor area som den axelparallella rektangeln med hörn i $(x_0, f(x_0))$ och origo. Bestäm $f(x)$. (6p)

7. Definiera uttrycket $e^{j\theta}$ och bevisa att $e^{j\alpha}e^{j\beta} = e^{j(\alpha+\beta)}$.
Bevisa att om z_0 är rot till ett reellt polynom, så är också $\overline{z_0}$ rot. (6p)

8. Vad menas med en differensekvation? Förklara gärna med hjälp av exempel.
Hur bestämmer man allmänna lösningen till en linjär differensekvation med konstanta koefficienter?
Bevisa att "din" metod ger allmänna lösningen. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik