# Tentamen i Matematik M1 del B 940907 kl 08.45–12.45.

**Salar:** MN,
**Hjälpmedel:** Formelblad på baksidan. Ej räknedosa.
**Telefon:** Samuel Bengmark 5302

För godkänt krävs dels minst 14 poäng på de tre bäst belönade problemen (1–6), dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

---

1. (a) Lös differentialekvationen $y'' - 5y' + 6y = 6x - 1, y(0) = 0, y'(0) = 0$ (4p)

   (b) Lös differensekvationen $y_{n+2} - 5y_{n+1} + 6y_n = 3n - 1, y_0 = 0, y_1 = 0$ (4p)

2. Bestäm den lösningskurva till differentialekvationen
   $x^2y' = xy + (x^2 + y^2)\arctan\dfrac{y}{x}$, som går genom punkten $(1, 1)$. (6p)

3. Kurvan $C$ ges av $x(t) = e^{\sin t}$, $y(t) = \cos t$.

   (a) Skissera kurvan (2p)

   (b) Bestäm en ekvation för tangenten till $C$ genom punkten $(e, 0)$. (2p)

   (c) Bestäm krökningsradien till $C$ i punkten $(e, 0)$. (2p)

4. Polynomet $z^4 + 6z^3 + 12z^2 + 12z + 4$ har ett komplext nollställe $z_0$ med $\arg z_0 = \dfrac{3\pi}{4}$. Bestäm polynomets nollställen på formen $a + jb$. (6p)

5. Lös följande begynnelsevärdesproblem med hjälp av Laplacetransformering
$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = 5e^{-t}, \quad t > 0 \\ y(0-) = 2 \\ y'(0-) = -4 \end{cases}$$
(6p)

6. Visa att om $a$, $b$ och $c$ är komplexa tal med absolutbelopp 1 så gäller:
   $a + b + c = 0 \Leftrightarrow a, b, c$ är hörnpunkter i en liksidig triangel. (6p)

7. Formulera och bevisa Heavisides förskjutningsregel. (6p)

8. Formulera och bevisa Taylors formel. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik