Matematiska Institutionen
Chalmers Tekniska Högskola

Tentamen i Matematik för M1/MX1, Matematisk analys i en variabel, del B, 960411, kl 8.45 – 12.45.

Salar: MN **Kurs:** TMA081 (OBS! EJ TMA080 Matematik M del B -94/95)
Hjälpmedel: Formelblad på baksidan. Ej räknedosa.
Telefon: Patrik Lundström 5325

För godkänt krävs dels minst 12 poäng på de tre bäst belönade uppgifterna, dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

1. Lös följande differentialekvationer för $x > 0$

   (a) $xy' + \frac{1}{2}y = x^2.$ (4p)

   (b) $xy' + \frac{1}{2}y = y^2.$ (4p)

2. Maclaurinutveckla funktionen $\dfrac{\ln(1+x)+\sin(2x)}{e^x - 1}$ med termer till och med x^2. Restterm på ordoform. (6p)

3. (a) Lös differentialekvationen $y'' + 5y' + 4y = 4t + 1, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 4$ (3p)

   (b) Lös differensekvationen $y_{n+2} + 5y_{n+1} + 4y_n = 20n + 4, \quad y_0 = -1, \quad y_1 = 2.$ (3p)

4. Funktionen $f(x)$ är definierad och positiv för $x > 0$, $f(1) = 1$. För varje punkt $(x_0, f(x_0))$ på kurvan $y = f(x)$ gäller att arean av triangeln som bildas av linjen från origo till denna punkt, kurvtangenten i denna punkt samt y-axeln har arean $f(x_0)$. Bestäm $f(x)$. (6p)

5. Lös följande system av differentialekvationer.
$$\begin{cases} x'(t) &= x - y + z \\ y'(t) &= x + y - z \\ z'(t) &= 2x - y \end{cases}.$$ (6p)

6. Vid en kemisk reaktion reagerar ett ämne A och bildar först ett ämne B som sedan i sin tur antingen återgår till ämnet A eller bildar ämnet C. Reaktionshastigheterna (mol/s) är proportionella mot mängden av det reagerande ämnet med proportionaliteter k_1 för bildandet av ämne B från ämne A, k_2 för bildandet av A från B och k_3 för bildandet av C från B. Ämnet C är stabilt. Detta innebär exempelvis att om mängden av ämne B är $n_B(t)$ så bildas $k_3 n_B$ mol av ämne C per tidsenhet dvs $n_C' = k_3 n_B$. Antag att $n_A(0) = N$, $n_B(0) = n_C(0) = 0$, $k_1 = 2k$ samt $k_2 = k_3 = k$. Bestäm $n_C(t)$ för $t > 0$. (6p)

7. Vad är en separabel differentialekvation? Härled en lösningsmetod för sådana differentialekvationer. (6p)

8. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik

Vänd!
Formelblad