Matematiska Institutionen
Chalmers Tekniska Högskola

Tentamen i Matematik för M1, Matematisk analys i en variabel, del B, 960823, kl 08.45 – 12.45.

Salar: MN **Kurs:** TMA081 (OBS! EJ TMA080 Matematik M del B -94/95)
Hjälpmedel: Formelblad på baksidan. Ej räknedosa.
Telefon:

För godkänt krävs dels minst 12 poäng på de tre bäst belönade uppgifterna, dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

---

1. (a) Bestäm y_2 och y_3 dels direkt med differensekvationen, dels med hjälp av ekvationens lösning, då $y_{n+2} + 4y_{n+1} + 3y_n = 8n - 2, \quad y_0 = 0$ och $y_1 = 1$. (4p)

   (b) Bestäm $y(1)$ då $y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 4x + 4, \quad y(0) = 0$ och $y(2) = 4$. (4p)

2. Lös differentialekvationen $y'(x)\sqrt{x^2+1} + y(x) = x\sqrt{x^2+1}$, $y(0) = 1$ (6p)

3. Bestäm Maclaurinutvecklingen, med restterm $x^7 o(1)$, av funktionen $f(x) = ln(1 + \sin^2(x))$. (6p)

4. Kurvan $y = f(x)$ är sådan att normalen i punkten (x, y) går genom punkten $(-x^3, y^3)$. Kurvan går genom punkten $(1, 2)$. Bestäm $f(x)$. (6p)

5. En positivt laddad partikels läge i xy-planet vid tiden t ges av $x = x(t)$, $y = y(t)$. Vid $t = 0$ är partikeln i vila i origo och utsätts då $t > 0$ för elektriska och magnetiska fält så att partikeln rörelseekvationer blir $\begin{cases} x''(t) &= y'(t) \\ y''(t) &= 1 - x'(t) \end{cases}$. Bestäm partikelns läge för $t > 0$. (6p)

6. En bassäng som rymmer 3000 liter är fylld med förorenat vatten. Föroreningens koncentration är 5 %. Man börjar tappa ut det förorenade vattnet med en hastighet av 50 l/min. Samtidigt påfylls rent vatten med samma hastighet. Hur lång tid tar det innan föroreningens koncentration gått ner till 1 %? (Under hela förloppet sker omröring i bassängen, varför man kan anta att vätskan är fullständigt blandad.) (6p)

7. Formulera och bevisa entydighetssatsen för Maclaurinutvecklingar. Ge ett exempel på hur den kan användas. (6p)

8. Betrakta en andra ordningens linjär differentialekvation med konstanta koefficienter $y''(t) + 2by'(t) + ay(t) = 0$. Hur ser den allmänna lösningen till differentialekvationen ut? Bevisa att det du kallar allmän lösning satisfierar differentialekvationen! Bevisa att ekvationen inte har någon annan lösning. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik