Matematiska Institutionen
Chalmers Tekniska Högskola

Tentamen i Matematik för M1, Matematisk analys i en variabel, del B, 970403, kl 08.45 – 12.45.

Salar: MN **Kurs:** TMA081 (OBS! EJ TMA080 Matematik M del B -94/95)
Hjälpmedel: Formelblad på baksidan. Ej räknedosa.
Telefon:

För godkänt krävs dels minst 12 poäng på de tre bäst belönade uppgifterna, dels minst 20 poäng totalt.
OBS! Skriv linje, inskrivningsår, namn och personnummer på skrivningsomslaget. Skriv personnummer på samtliga inlämnade blad.

---

1. (a) Bestäm (på reell form) allmänna lösningen till $3y'' - 3y' + y = x$. (4p)

   (b) Bestäm lösningen till $2x_{n+2} + 5x_{n+1} - 3x_n = 5(-2)^n, \quad x_0 = 2 \quad x_1 = 0$ (4p)

2. Beräkna $\displaystyle\int_1^\infty \frac{(3x-1)dx}{x^3 + x^2 - x + 15}$ (6p)

3. Bestäm funktionen $y = y(x)$ då $3(x^2 + 5x + 6)y' = y^2 - y - 2$ och $y(1) = 3$. (6p)

4. Beräkna $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2\ln(\cos x) + x\sin x}{x^2 - (\arctan x)^2}$ (6p)

5. Låt n vara ett fixt heltal > 2. Bestäm $f(x)$ om $f(1) = 2$ och kurvan $y = f(x)$ skär alla kurvorna $x^n + y^n = C$ under rät vinkel. (6p)

6. Bestäm alla funktioner, $y = y(x)$, som satisfierar integral-differentialekvationen
   $$\int_1^x (4t^3 + 12t^2)e^{t-x}y(t)dt = x^5 + 4x^3y - x^4y'$$ (6p)

7. Formulera och bevisa Maclurins formel. (6p)

8. Redogör för hur man definierar Riemannintegrerbarhet. (6p)

Lycka till!
Carl-Henrik

VÄND!

Formelblad för Envariabelanalys för M1/MX1 1996/97.

Trigonometri.

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$$

$$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\sin(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}$$

Integralkatalog

$$\int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{cos^2 x}dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{sin^2 x}dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad 0 < a \neq 1$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C \quad a \neq 0$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}dx = \ln|x+\sqrt{x^2+a}| + C \quad a \neq 0$$

$$\int \sqrt{x^2+a}\,dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2+a} + a\ln|x+\sqrt{x^2+a}|) + C$$

$$\int \frac{1}{(x^2+1)^n}dx = I_n$$

$$I_{n+1} = \frac{x}{2n(x^2+1)^n} + \frac{2n-1}{2n}I_n$$

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = \sum_{k=0}^{n}\frac{x^k}{k!} + x^{n+1}B(x)$$

$$\sin x = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} + x^{2n+1}B(x)$$

$$\cos x = \sum_{k=0}^{n}(-1)^{k}\frac{x^{2k}}{(2k)!} + x^{2n+2}B(x)$$

$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{n}\binom{\alpha}{k}x^k + x^{n+1}B(x) \qquad |x| < 1$$

$$\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k+1}x^k}{k} + x^{n+1}B(x) \qquad 1 \leq x < 1$$

$$\arctan x = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-1}}{2k-1} + x^{2n+1}B(x) \qquad |x| \leq 1$$

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k(k-1)(k-2)\ldots 1} \qquad \binom{\alpha}{0} = 1$$