# E Nyttofunktioner, Var, CVar och Markowitz

1. [Markowitz samt CAPM]

   Antag att vi för tillfället kan investera i antingen en riskfri ränta (bankkonto) eller en fond vilken motsvarar en andel av den totala marknaden. Räntor och varianser fås ur tabellen nedan. Antag vidare att det dyker upp en ny investeringsmöjlighet med given avkastning och varians/kovarians. Hur stor andel av vår portfölj skall vi investera i denna om vi använder oss av Markowitz metod och vill ha en avkastning på 0.06? Vilket avkastning skulle den nya tillgången ge om vi använde oss av CAPM. Motivera om resultaten stämer överens eller ej. Tips: Ni kan betrakta den riskfria räntan som en tillgång vilken som helst, med 0 varians och kovarians, och ta fram lämplig investering direkt.

| | Riskfri ränta | Marknadsfond | Ny tillgång |
|---|---|---|---|
| Riskfri ränta | 0 | 0 | 0 |
| marknadsfond | 0 | 0.04 | 0.01 |
| Ny tillgång | 0 | 0.01 | 0.04 |
| Förväntad avkastning | 0.04 | 0.08 | 0.06 |

Tabell 1: Kovariansmatris till uppgift 1

2. [Certainty equivalent,lognytta]

   Vi antar att vi kan investera pengar i ett riskfyllt företag. Avkastningar och sannolikheret för dessa ges nedan.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sannolikhet | 0.1 | 0.1 | 0.4 | 0.3 | 0.1 |
| Utfall | 1kr | 50 kr | 100kr | 200kr | 300kr |

Tabell 2: Avkastning till uppgift 2

   Vad blir vår "certainty equivalent" för detta spel, om vi antar att vi inte har några övriga tillgångar, och att vi har logaritmen som nyttofunktion? Vad blir vår "certainty equivalent" om vi antar att vi förutom avkastningen till spelet har 100kr i andra tillgångar?

   Vi antar vidare att det kostar 100kr att finansiera hela projektet, fast det är tillåtet att endast köpa en andel (om vi investerar 10kr och projektet går som bäst, får vi tillbaka 30 och har tjänat 20). Om vi har 100kr hur stor andel av projektet skall vi finansiera, givet att vi fortfarande använder oss av log-nytta?

3. [VaR och CVaR]

   Vi antar att vi har tre investeringsmöjligheter, två osäkra samt en säker, betecknade a,b och s. A och b ger avkastning enligt tabell nedan, medan c motsvarar pengar i madrassen, och därför alltid ger en avkastning om 1.

   Er uppgift är att hitta en lösning vilken ger en avkastning på 1.5 gånger pengarna i snitt.

| | | utfall a | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| utfall b | 10 | 0.025 | 0.05 | 0.075 | 0.075 |
| | 2 | 0.05 | 0.075 | 0.075 | 0.075 |
| | 1 | 0.075 | 0.075 | 0.075 | 0.05 |
| | 0 | 0.075 | 0.075 | 0.05 | 0.025 |

Tabell 3: Avkastning till uppgift 3

Under katalogen /users/mdstud/ouo03/upge på labkontona finns filer e.mod samt e.dat vilka implementerar metoden från [Ury00] för dessa utfall. Anväd filerna för att ta fram den lösning som minimerar CVaR-75%, d.v.s den lösning som minimerar väntevärdet av de 25% sämsta lösningarna. Vad blir VaR, CVaR resp varians för denna lösning?

Optimera dessutom samma problem med Markowitz metod för den givna önskade avkastningen. Vilken fördelning vill vi ha på tillgångarna? Vad blir VaR, CVaR och varians för denna lösning? Tag dessutom lösningen från Markowitz metod, och kasta om de mängder som investeras i a respektive b. Om vi tittar på den kulmulativa fördeningen för Markowitzlösningen och den omkastade Markowits-lösningen borde vi kunna se stokastisk dominans. Vad innebär detta?