MATEMATIK, Chalmers tekniska högskola
Tentamen i **Matematik K, del D** (TMA151) 2000-08-25, kl 8.45–12.45.
Hjälpmedel: Baksidans formelblad, ej räknedosa.
Telefonvakt: 0740 - 35 06 46

---

1. Bestäm Taylorserien till $f(x) = \cot x$ av ordning 2 kring punkten $a = \frac{\pi}{3}$. (6 p)

2. Beräkna arbetet att föra en partikel ett varv medurs runt den elliptiska kurvan som beskrivs av $z = 1$ och $2(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$, då kraftfältet är
$$\bar{F} = (\frac{xy^2+1}{x}, \frac{2xy^2+1}{y}, \frac{1}{z}).$$
(6 p)

3. Beräkna
$$\iint_E \ln(x^2+y^2)\,dx\,dy,$$
där E är området i övre halvplanet så att $1 < x^2+y^2 < e$. (6 p)

4. Lös följande begynnelsevärdesproblem.
$$y''(t) + y(t) = \pi\delta(t-2\pi), \text{ där } y(0) = 1, \text{ och } y'(0) = 0.$$
(6 p)

5. Beräkna
$$\oint_C \arcsin(\frac{x^2-1}{3})\,dx + e^{xy}\,dy,$$
där C är följande slutna kurva: Från $(\frac{1}{2}, 2)$ till $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ längs den räta linjen. Sedan vidare rätlinjigt till $(2, \frac{1}{2})$. Slutligen tillbaks till $(\frac{1}{2}, 2)$ längs kurvan $y = \frac{1}{x}$. (6 p)

6. Hitta den mest ekonomiska formen av en rektangulär låda utan lock. (Mest ekonomiska i meningen minst materialåtgång för en given volym.) (6 p)

7. Låt
$$F(x) = \int_x^{x^2} \arctan(x^2 t)\,dt.$$
Beräkna $F'(x)$. (6 p)

8. a) Definera Laplacetransformen och bevisa fördröjningssatsen L05. (3 p)

   b) Formulera och bevisa Taylors formel. (3 p)

   c) Beskriv Taylors formel populärvetenskapligt för en matematiskt intresserad gymnasist. (2 p)

Lycka till! /TL