

MATEMATIK  
Chalmers

Skriv namn och personnummer  
på varje inlämnat papper och linje  
samt inskrivningsår på omslaget

Hjälpmedel: inga  
Tele: Axel Målqvist  
0739-77 92 68  
Petter Brändén  
0762-18 66 54

**Tentamen i TMA 200 Introduktionskurs i matematik I, 1 p, 04 08 28, kl 13.00–17.00.**

1. (a) Bestäm en ekvation för linjen genom de båda punkterna  $(6, 5)$  och  $(-4, 3)$ . 2p

- (b) Beräkna

$$\frac{4^5 \cdot 6^8}{9^3 \cdot 8^6}.$$

2p

- (c) För vilka reella tal  $x$  gäller att  $3 < |x + 4| < 5$ ? 2p

- (d) Är påståendet  $x = (x - 1)^2 \Rightarrow x \geq 0$  sant eller falskt? 2p

2. (a) Lös ekvationen  $2 \ln x + 3 \ln 4 - 4 \ln 3 = 0$ . 3p

- (b) För vilka reella tal  $x$  gäller att

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{x^2-1}?$$

3p

3. Lös ekvationen

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4}.$$

6p

4. Bestäm alla lösningar till ekvationerna

- (a)  $2 \sin^2 x + 7 \sin x + 3 = 0$ , 3p

- (b)  $\cos(7x) + \sin(5x) = 0$ . 3p

5. Bevisa med induktion att

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \text{ för alla heltal } n \geq 1.$$

För poäng krävs en korrekt uppställning av beviset. 6p

6. (a) Bestäm medelpunkt och radie för cirkklarna  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 7 = 0$  och  $x^2 + y^2 + 3x + 5y + 7 = 0$ . 2p

- (b) Beräkna kortaste avståndet mellan punkter på cirkklarna i uppgift 6 a). 4p

**VÄND!**

7. I en rätvinklig triangel med kateterlängderna  $a$  och  $b$  dras genom en punkt  $P$  på hypotenusan två linjer parallella med kateterna. Dessa linje skär kateterna i punkterna  $R$  och  $S$ . Beräkna kortaste avståndet mellan  $R$  och  $S$ , då punkten  $P$  varierar. 6p
8. Tre klot med radien  $R$  ligger på ett plan, så att de alla tangerar varandra. Ett fjärde klot, också det med radien  $R$ , ligger ovanpå de tre andra (så att en pyramid uppstår). Beräkna avståndet från det fjärde klotets medelpunkt till det underliggande planet. (Det förutsätts att friktionen är tillräckligt stor, så att kloten inte glider.) 6p

Lycka till!

JAS