

Matematiska vetenskaper

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Introduktionskurs D, TMA220, 2008-08-30

Tentamen i Introduktionskurs Datavetenskapligt program, MMGD00, 2008-08-30.

Inga hjälpmedel är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Ida Säfström, 0762-721860.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Låt $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{1, \{4, 6\}\}$.

(a) Bestäm $A \cap B$.

(b) Bestäm $B \cup A$.

(c) Bestäm $\mathcal{P}(A)$.

(d) Bestäm $A \times B$.

(8p)

2. Beräkna

$$\left| \sum_{k=-4}^1 \frac{1}{k + \frac{1}{2}} \right|.$$

(6p)

3. Låt A , B och C vara tre olika mängder.

(a) Illustrera mängden $(A \cup B) \setminus C$ i ett Venndiagram.

(b) Antag att $|(A \cup B) \setminus C| = 17$, $|B \setminus (A \cup C)| = 10$ och $|(A \cap C)| = 4$.
Vad är $|A|$?

(8p)

4. Vi definierar en binär operator $\star$ på $\mathbb{R}$ genom

$$x \star y = x - 2y + 3xy.$$

(a) Visa att $\star$ inte är associativ?

(b) Visa att $\star$ inte är kommutativ?

(c) Vilka par $x, y \in \mathbb{R}$ kommuterar med avseende på $\star$.

(10p)

Var god vänd!

5. Låt $A = \{a, b, c\}$ och $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Vi definierar två funktioner

$$f : A \longrightarrow B \text{ med regeln } f(a) = 1, f(b) = 2 \text{ och } f(c) = 3$$

och

$$g : B \longrightarrow A \text{ med regeln } g(1) = a, g(2) = b, g(3) = c \text{ och } g(4) = c.$$

- (a) Är f injektiv och/eller surjektiv? Motivera ditt svar.
- (b) Är g injektiv och/eller surjektiv? Motivera ditt svar.
- (c) Bestäm sammansättningarna $f \circ g$ och $g \circ f$. Glöm inte att ange definitions- och målmängderna.
- (d) Är $f \circ g$ och $g \circ f$ injektiva och/eller surjektiva? Motivera dina svar.

(12p)

6. Låt $M = \{f : f \text{ bijektiv och } f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}$. Vi definierar en binär operator $\star$ på M genom

$$f \star g = f \circ g \circ f^{-1} \circ g^{-1}.$$

Är $\star$ kommutativ? Motivera ditt svar noggrant.

(6p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 20 september. Tentorna kan avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar 8.30-13.00.

LYCKA TILL!

Samuel & Stefan.