

MATEMATIK, Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet

Kompletterande inlämningsuppgifter, Introduktionskursen för D och Data GU, 2009.

OBS: Egenhändigt tillverkade lösningar ska lämnas in till examinatoren.

Senaste dag för inlämning är 2 november.

Man ska vara beredd att muntligt kunna förklara sina lösningar.

1. Vi definierar två reella funktioner $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom $f(x) = |x + 1|$ och $g(x) = x^2 - 2$.

(a) Beräkna $f \circ g$ och $g \circ f$.

(b) Lös ekvationerna $f \circ g(x) = 1$ och $g \circ f(x) = -2$.

2. Låt A och B vara två mängder sådana att $|A| = 15$ och $|A \cap B| = 7$.

(a) Vad är det minimala respektive maximala antalet element som B kan innehålla?

(b) Om $|A \cup B| = 39$, vad är då $|B \setminus A|$?

Motivera dina svar.

3. För varje (fixt) par av reella tal $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ definierar vi en binär operator $\star$ på de reella talen genom

$$x \star y = ax + by.$$

(a) För vilka par $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ är $\star$ kommutativ?

(b) För vilka par $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ är $\star$ associativ?

Motivera dina svar.

4. Låt M vara en mängd vilken som helst. Vi definierar en operator $\star$ på potensmängden $\mathcal{P}(M)$ av M genom

$$A \star B = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

(a) Är $\star$ kommutativ?

(b) Finns det någon identitet?

Alla svar måste motiveras!