

Matematiska vetenskaper

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Introduktionskurs D, TMA220, 2009-08-29

Tentamen i Introduktionskurs Datavetenskapligt program, MMGD00, 2009-08-29.

Inga hjälpmedel är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: David Heintz, 0762-721860.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. (a) Beräkna summan

$$\sum_{k=-3}^2 \frac{k+1}{3}$$

och förenkla så långt det går.

- (b) Skriv om summan $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{55}$ med hjälp av summasymbolen. (8p)

2. Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är falska. Rätt svar på deluppgift ger +1 poäng, fel svar ger -1 poäng och inget svar ger 0 poäng. Minsta möjliga poäng är 0.

- (a) $\emptyset \in \mathbb{N}$
(b) $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$
(c) $-1 \in \mathbb{N}$
(d) $\{1\} \subset \mathbb{N}$
(e) $\mathcal{P}(\{1\}) \subseteq \mathbb{N}$ (5p)

3. Låt

$$A = \{n \in \mathbb{N} : n^2 < 99 \text{ och } n - 2 \geq 2\}$$

och

$$B = \{k \in \mathbb{N} : 2 < |k - 4| < 6\}.$$

Räkna upp alla element i A , B , $A \cap B$, $A \cup B$ samt $A \setminus B$. (10p)

Var god vänd!

4. Låt $A = \{\text{personer som skriver denna tenta}\}$, $B = \{k \in \mathbb{N} : 0 \leq k \leq 50\}$ och $C = \{\text{Godkänd, Underkänd}\}$, dvs de olika möjliga betygen på tentan. Vi vet att $80 < |A| < 100$. Låt $f : A \rightarrow B$ ges av att

$$f(x) = \text{'antalet poäng } x \text{ får på tentan'}$$

och låt $g : B \rightarrow C$ vara funktionen

$$g(x) = \text{'betyget man får med } x \text{ poäng.}'$$

- (a) Beskriv den sammansatta funktionen $g \circ f$ med hjälp av ord. Alltså vad är $g \circ f(x)$?
- (b) Är g injektiv?
- (c) Är g surjektiv?
- (d) Är f injektiv?

Motivera dina svar.

(10p)

5. Vi definierar en binär operator ' $\star$ ' på de rationella talen genom att sätta

$$a \star b = \frac{a + b}{|a - b| + 1}.$$

- (a) Är operatorn kommutativ?
- (b) Är operatorn associativ?
- (c) Finns det någon identitet och vad är den i så fall?

Alla svar ska motiveras noggrant.

(10p)

6. Vi definierar en funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom

$$g(x) = \begin{cases} 2 - 3x & x < 0, \\ 2 - x^2 & x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Motivera att g är bijektiv.
- (b) Bestäm inversen till g .

(7p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 22 september. Tentorna kommer att visas vid lämpligt tillfälle som meddelas på kursens hemsida och kan sedan om man missar detta avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar 8.30-13.00.

LYCKA TILL!

Stefan.