(c) Vi sätter in $u_h(x) = \sum_{i=0}^{N} c_i \varphi_i(x)$

och $v = \varphi_j(x)$ i (F).

$$\int_0^1 \frac{d}{dx}\left(\sum_{i=0}^{N} c_i \varphi_i(x)\right) \varphi_j'(x)\,dx + \int_0^1 \left(\sum_{i=0}^{N} c_i \varphi_i(x)\right) \varphi_j(x)\,dx = \int_0^1 f\varphi_j\,dx$$

Enligt (*) har vi $c_0 = c_N = 0$. Vi summerar därför från $i=1$ till $i=N-1$.

Omkastning av integration, summering och derivering ger

$$\text{(FS)} \quad \sum_{i=1}^{N-1} c_i \left[\int_0^1 \varphi_i' \varphi_j'\,dx + \int_0^1 \varphi_i \varphi_j\,dx \right] = \int_0^1 f \varphi_j\,dx$$

för $j = 1, \ldots, N-1$.

Notera nu att (FS) är ett system av algebraiska ekvationer på formen

$$(S + M)c = b$$

med styvhetsmatris S, $S_{ij} = \int_0^1 \varphi_i' \varphi_j'\,dx$

massmatris M, $M_{ij} = \int_0^1 \varphi_i \varphi_j\,dx$

lastvektor b, $b_j = \int_0^1 f\varphi_j\,dx$

och lösning c. $c = (c_1, \ldots, c_{N-1})$