

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk introduktionskurs för IT, TMA235, 2007-10-06, 8.30-12.30

Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Elin Götmark, 0762-721860.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

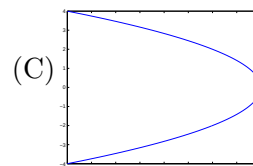
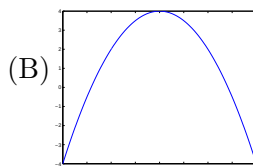
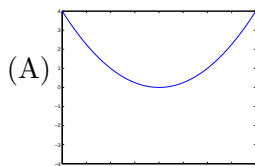
OBS! Notera att tentan är på två sidor.

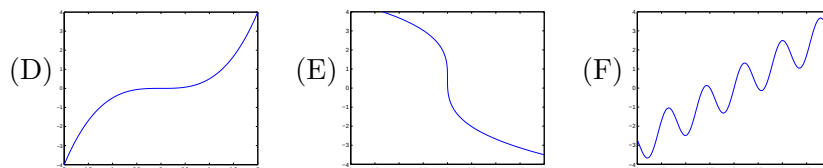
1. Är det logiska uttrycket

$$(p \wedge \neg p) \vee (q \vee \neg q) \rightarrow (r \rightarrow r)$$

en tautologi? (5p)

2. (a) Bestäm A och B så att $A \cap B = \{7, 2\}$. (2p)
(b) Bestäm C så att $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$. (2p)
(c) Låt $D = \{6, 7, 8, 9\}$. Hur många element innehåller $\mathcal{P}(D)$? (2p)
(d) Låt $E = \{5, 8, 6\}$. Visa att $\mathcal{P}(D \cap E) = \mathcal{P}(D) \cap \mathcal{P}(E)$. (2p)
(e) I själva verket gäller $\mathcal{P}(F \cap G) = \mathcal{P}(F) \cap \mathcal{P}(G)$ för alla mängder F och G . Det behöver du inte visa. Visa däremot att $\mathcal{P}(F \cup G) = \mathcal{P}(F) \cup \mathcal{P}(G)$ **inte** gäller! (2p)
3. Nedan visas ett antal grafer. Ange för varje graf om den visar en funktion från $[-2, 2]$ till $[-4, 4]$, och i så fall om funktionen är injektiv, surjektiv eller bijektiv.





Motivera dina svar. (10p)

4. Låt A vara operatören $\star$ på $\mathbb{R}$ definierad genom

$$x \star y = x + y + xy.$$

- (a) Finns det någon identitet? Bestäm i så fall denna. (2p)
- (b) Är operatören kommutativ? (2p)
- (c) Är operatören associativ? (3p)
- (d) Vilka element har en invers och vilken är inversen? (3p)

Alla svar måste motiveras noggrant.

- 5. (a) Visa att $(x_1 + 3)^2 - (x_2 + 3)^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 6)$. (2p)
- (b) Är funktionen $f(x) = (x + 3)^2$ injektiv på intervallet $[-2, 2]$?
Ledning: Använd föregående uppgift. (4p)
- (c) Låt $g(x) = x^2 + 2x + 3$ och $h(x) = 1/(1 + x)$. Beräkna $(g \circ h)(x)$ och $(h \circ g)(x)$. Uttrycken ska förenklas. (3p)

6. (a) Förenkla

$$\sum_{n=2}^{200} n - \sum_{k=0}^{198} k,$$

först till en summa och sedan till ett naturligt tal. (3p)

- (b) Skriv ut termerna i summan $\sum_{m=8}^{12} 3m$. (3p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan hos Karin kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Karin