

MATEMATIK, CHALMERS
**Tentamen Diskret Matematik – IT, TMA235, HT10,
den 28 augusti 2010**

Inga hjälpmedel, ingen räknedosa.

Telefonvakt: Rickard Lärkäng, tel.0703-088304, Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Bevisa deMorgans lag $\neg(p \wedge q) \iff \neg p \vee \neg q$ med hjälp av en sanningstabell (med kommentar!).

Ange motsvarande räkneregler inom mängdlära, och illustrera den med Venndiagram. (8p)

2. Ange en mängd A med 3 element och en mängd B med 6 element, sådana att $A \cup B$ har 8 element.

Ange $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ (8p)

3. Låt A , B och C vara delmängder till ett universum U . Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är falska? Här behöver du inte motivera svaren. Rätt svar på deluppgift ger +1p, fel svar ger -1p, inget svar ger 0p. Minsta möjliga poäng är 0. (6p)

- (a) $U^C = \emptyset$
- (b) $A \Delta A^C = U$
- (c) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
- (d) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
- (e) $A \times B = B \times A$
- (f) $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$

4. Beräkna

$$\sum_{k=-2}^2 \frac{k}{k+3}.$$

Ange svaret som ett bråktalet som är förkortat så långt det går. (6p)

Var god vänd!

5. Vi definierar en operator $\star$ på de rationella talen genom formeln

$$a \star b = \frac{1}{|ab| + 1}.$$

- (a) Beräkna $(1/3) \star (-5/2)$ exakt. Förenkla så långt det går.
- (b) Är $\star$ kommutativ?
- (c) Är $\star$ associativ?
- (d) Har $\star$ någon identitet?

(8p)

6. Låt M vara mängden av alla personer som har ett svenskt personnummer och låt P_n vara mängden av alla positiva heltal med n siffror, så t.ex. är

$$P_4 = \{n \in \mathbb{Z} : 1000 \leq n \leq 9999\}.$$

- (a) Definiera en funktion $f : M \rightarrow P_{12}$ genom att låta $f(x)$ vara x personnummer med 12 siffror på formen 'ÅÅÅÅMMDDXXXX'. Är f injektiv och/eller surjektiv?
- (b) Definiera en funktion $g : M \rightarrow P_8$ genom subtraktionen

$$g(x) = \text{ÅÅÅÅMMDD-XXXX}$$

om x har personnumret ÅÅÅÅMMDD-XXXX. T.ex. om personen p är född den 1 januari år 1990 och har fyra sista siffrorna 4691 så är $g(p) = 19900101 - 4691 = 19895410$. Är g injektiv och/eller surjektiv?

Alla svar måste motiveras!

(7p)

7. Definiera två funktioner f och g genom

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \text{ med } f(x) = x^2 + 1.$$

respektive

$$g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \text{ med } g(x) = \frac{1}{x-1}.$$

- (a) Bestäm sammansättningen $f \circ g$. Glöm inte att ange definitions- och målmängd.
- (b) Sammansättningen $g \circ f$ är inte definierad. Varför inte det?
- (c) Skapa en funktion $f_1 : A \rightarrow B$ med $f_1(x) = f(x)$ för alla $x \in A$ där A och B är maximala delmängder till $\mathbb{R}$ sådana att $g \circ f_1$ är definierad.

(7p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 20 september. Tentorna kommer att visas vid lämpligt tillfälle som meddelas på hemsidan och kan sedan om man missar dettas avhämtas på expeditionen på Institutionen för matematiska vetenskaper som har öppet vardagar 8.30-13.00.

Lycka till!

Laura