MATEMATIK
Chalmers Tekniska Högskola

Ange CTH- eller personnummer
samt linje, inskrivningsår och namn.

Tentamensskrivning i matematik för Z1:
TMA263 Matematisk analys i flera variabler
Datum: 1997-05-30 kl 14.15-18.15
Hjälpmedel: Formelblad, dock ej räknedosa
Telefonvakt: Per-Gunnar Martinsson ankn. 5310

---

1. Betrakta funktionen $f(x,y) = xy - x - y$.

   (a) Funktionen har en enda stationär punkt. Bestäm denna och avgör av vilken typ den är. (3p)

   (b) Bestäm det största och det minsta värde funktionen antar på den slutna triangelytan med hörnpunkterna (0,0), (1,2) och (2,1). (5p)

2. Låt
$$\mathbf{F} = \left(e^{x^2+y^2}, \frac{1}{x^2+y^2}\right).$$
Du skall med detta $\mathbf{F}$ beräkna $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ där γ är en kurva som skall gå från (1,0) till (0,2) men som du i övrigt själv får välja fritt. (Det gäller alltså att välja en kurva som ger någorlunda enkla räkningar.) (6p)

3. Lös den partiella differentialekvationen
$$\begin{cases} 3yz'_x + 2xz'_y &= 0 \\ z(x,0) &= x^4 \end{cases}$$
genom substitutionen $u = 2x^2 - 3y^2$, $v = xy$. (6p)

4. Betrakta den kropp som bestäms av olikheterna
$$3(x^2+y^2) \le z^2 \le 1 - x^2 - y^2,\ z \ge 0$$
och som har densiteten $\rho(x,y,z) = x^2 + y^2$. Beräkna kroppens massa. (6p)

5. En viss platta beskrivs i ett koordinatsystem genom $-10 \le x \le 10$, $-10 \le y \le 10$. Plattans temperatur i olika punkter ges av $T(x,y) = 30 - 0.3x^2 - 0.2y^2$. En frusen spindel startar i punkten (8,8) och går sedan hela tiden i den riktning i vilken temperaturen ökar snabbast. Längs vilken kurva i xy-planet rör sig spindeln in mot origo ? (6p)

6. E är ellipsen $x^2 + xy + y^2 \le 1$. För varje punkt (x,y) i E låter vi $F(x,y)$ vara längden av den korda i E som går genom (x,y) och är parallell med x-axeln. Beräkna dubbelintegralen $\iint_E F(x,y)\,dx\,dy$. (6p)

7. (a) Definiera vad som menas med att ett vektorfält $\mathbf{F} = (P,Q)$ är ett potentialfält i ett område Ω. (2p)

   (b) Visa att om Ω är enkelt sammanhängande så är $\mathbf{F} = (P,Q)$ ett potentialfält om $P'_y = Q'_x$. (4p)

8. Betrakta en funktion $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$.

   (a) Definiera vad som menas med att f är differentierbar i en punkt (a,b). (2p)

   (b) Visa att om f är differentierbar i en punkt så är den både kontinuerlig och partiellt deriverbar där. (4p)

Lycka till!/ J-E A

OBS! Formelblad på baksidan.