Finansiella Derivat och Stokastisk Analys ht 2003

TMA285 eller MAM695

Inlämningsuppgift II (version 1.0)

Sista inlämningtillfälle onsdagen 3 december kl. 10.05

1. (a) Låt $(X_k, \mathcal{F}_k)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ vara en martingal. Låt nu Y_k vara en begränsad $\mathcal{F}_{k-1}$-mätbar stokastisk variabel. Visa att

$$Z_k = X_0 + \sum_{j=1}^{k} Y_j (X_j - X_{j-1})$$

är en martingal med avseende på filtrationen $\mathcal{F}_k$.

(b) Övning 4:7 i kompendiet, dvs visa att processen

$$\left(e^{-\frac{t}{2}} \cosh W(t) \right)_{t \geq 0}$$

är en Wienermartingal.

2. Se på **Exempel 1** s. 21 i kapitel 4. Låt oss titta på specialfallet $x = 1$, dvs låt

$$\tau = \inf\{t > 0; \alpha t + \sigma W(t) \geq 1\}.$$

(a) Motivera numeriskt formeln för $P[\tau > t]$ genom att simulera processen för några (få) konkreta α och σ och jämföra med det teoretiska värdet.

(b) Om $\alpha = 0$ gäller trots att $P[\tau = \infty] = 0$, $E[\tau] = \infty$. Hur känsligt är väntevärdet med avseende på parametern α? Mer konkret: visa dels att $E[\tau] < \infty$ samt bestäm

$$\frac{\partial E[\tau]}{\partial \alpha}$$

för $\alpha > 0$.

(c) Kan du göra något enkelt numerisk test av ditt resultat i föregående uppgift?

Kommentera dina/era numeriska algoritmer.

Ni får gärna arbeta tillsammans, men maximala gruppstorleken är tre. Inlämningsppgiften är inte obligatorisk, men den kan ge upp till 1.5 bonuspoäng på tentan.

Torbjörn Lundh, torbjrn@math.chalmers.se, 20/11/03.