

Skriv namn och personnummer
på varje inlämnat papper och linje
samt inskrivningsår på omslaget

Tentamen i TMA 305 Envariabelanalys I, del A, 03 08 18, kl 14.15-18.15.

1. Undersök om funktionen

$$f(x) = \frac{|x-2| + x}{x^2 + 2x + 6}$$

har ett största eller minsta värde på tallinjen. Bestäm i så fall detta/dessa.
Motivera noggrant!

2. Undersök om det är möjligt att bestämma konstanterna a och b så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan x - a}{\ln x} & \text{när } x \neq 1 \\ b & \text{när } x = 1 \end{cases}$$

blir deriverbar i $x = 1$. Vad blir i så fall derivatan? Motivera noggrant!

3. Beräkna

$$\text{a) } \int \frac{t+1}{\sqrt{t^2+3t+1}} dt \quad \text{b) } \int \frac{x^3+3x}{x^4+3x^2+2} dx.$$

4p+4p

4. (a) Vad är den precisa matematiska innebörden av att $f(x)$ är deriverbar i $x = a$?
(b) Ge, om möjligt, exempel på en funktion som är kontinuerlig i en omgivning till $x = 0$, men inte deriverbar där?
(c) Ge, om möjligt, exempel på en funktion som är deriverbar i en omgivning till $x = 0$, men derivatan inte är kontinuerlig där?
5. Visa att om en funktion $f(x)$ är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$, så är den integrerbar över intervallet.

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida från tisdagen den 19 augusti:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tma305a/0203/>

VÄND!

Under kursens gång har det förekommit löpande examination. Den maximala poängen från denna är 18. Om Du vill komplettera Din poäng från detta moment kan Du lösa uppgifter nedan. Inom parentes vilka uppgifter som är aktuella för Dig. T.ex. anger (< 12) att uppgiften gäller Dig vars poäng från den löpande examinationen är < 12 . Bara korrekt valda uppgifter kommer att beaktas!

Varje uppgift kan ge tre poäng. Tillsammans med den löpande examinationen kan Du dock högst komma upp i den poäng som anges inom parentes. Det betyder att om Du t.ex. har 11p från tidigare examination och löser uppgift 9 helt korrekt, så kommer Du trots detta bara upp i 12p.

Fullständiga lösningar krävs för poäng!

6. (< 3) Bestäm en ekvation för tangentlinjen till kurvan $y = x^3$ i den punkt på kurvan där $x = 2$.

7. (< 6) Bestäm gränsvärdet till

$$\frac{x + 2}{x^2 + 3x + 2}$$

när $x \rightarrow -2$.

8. (< 9) Beräkna $\int x \cos x \, dx$.

9. (< 12) Funktionen $f(x) = \ln x + x$ är inverterbar. Bestäm $Df^{-1}(1)$ (inversens derivata i punkten 1).

10. (< 15) Beräkna

$$\int_0^{\infty} \frac{2x}{x^4 + 1} \, dx$$

om den konvergerar. Visa annars att den divergerar.

11. (< 18) Bestäm konstanten a så att

$$\frac{e^{2x} - 1 - 2x - ax^2}{\sin x - x}$$

har ett gränsvärde när $t \rightarrow 0$. Bestäm också gränsvärdet i detta fall.

JAS