

Skriv namn och personnummer
på varje inlämnat papper och linje
samt inskrivningsår på omslaget

Tentamen i TMA 305 Envariabelanalys I, del A, 04 08 16, kl 14.15–18.15.

1. Visa att man kan bestämma konstanten a , så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin x} - 1}{x} & \text{när } x \neq 0 \\ a & \text{när } x = 0 \end{cases}$$

blir deriverbar. Bestäm också en ekvation för tangenten till grafen av $f(x)$ i punkten $(0, a)$.

2. (a) Beräkna

$$\int \frac{18x + 15}{9x^2 + 12x - 12} dx$$

4p

- (b) Avgör om

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

konvergerar. Beräkna i så fall dess värde.

4p

3. Till kurvan $y = 4 - (x + 1)^2$, där $0 \leq x \leq 1$ dras en tangent. Den skär x - och y -axeln i A respektive B . Vad är den största och den minsta area som triangeln med hörn i origo, A samt B kan ha?

4. (a) Vad menas med att en funktion har en lodrät asymptot när $x = a$?
(b) Vad menas med att en funktion har $y = a$ som en vågrät asymptot?
(c) Ange en funktion som har $x = 1$ och $x = 2$ som enda lodräta asymptoter och $y = 3$ som enda vågräta asymptot.

1p+1p+4p

5. Formulera och bevisa deriveringsregeln för en produkt av två funktioner.

VÄND!

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tma305a/0304/>

Under kursens gång har det förekommit löpande examination. Den maximala poängen från denna är 18. Om Du vill komplettera Din poäng från detta moment kan Du lösa uppgifter nedan. Inom parentes anges vilka uppgifter som är aktuella för Dig. T.ex. anger (< 12) att uppgiften gäller Dig vars poäng från den löpande examinationen är < 12 . Bara korrekt valda uppgifter kommer att beaktas!

Varje uppgift kan ge tre poäng. Tillsammans med den löpande examinationen kan Du dock högst komma upp i den poäng som anges inom parentes. Det betyder att om Du t.ex. har 11p från tidigare examination och löser uppgift 9 helt korrekt, så kommer Du trots detta bara upp i 12p.

Fullständiga lösningar krävs för poäng!

6. (< 3) Beräkna $f'(0)$, när $f(x) = (x + 1) \cos x^2$.

7. (< 6) Bestäm en ekvation för tangentlinjen till $f(x) = x/(1 + 2x)$, i den punkt på grafen där $x = 1$.

8. (< 9) Bestäm (eventuellt) största och minsta värdet till funktionen $f(x) = e^{-x}(1 + x)^2$ när $x \geq 0$.

9. (< 12) Beräkna

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} + 2} dx.$$

10. (< 15) Bestäm konstanten a , så att funktionen

$$f(x) = \frac{e^{ax} - 1 + 2x - 2x^2}{\sin(x) - x}$$

har ett gränsvärde när $x \rightarrow 0$. Beräkna också gränsvärdet.

11. (< 18) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{\ln t}{t^3} dt$$

är konvergent eller divergent. Bestäm dess värde om den är konvergent.

JAS