

Approximation med Taylorpolynom

1. Taylorpolynom

Med *taylorpolynomet* av ordning n i punkten a till funktionen f menas det polynom P_n av grad högst n sådant att

$$P_n^{(k)}(a) = f^{(k)}(a), \text{ för } k = 0, 1, \dots, n$$

Detta leder till att

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Anm. När det i boken talas om taylorpolynom utan precisering av punkt, menas specialfallet $a = 0$. Dessa polynom brukar i andra sammanhang också kallas **Maclaurinpolynom**

2. Felet vid Taylorapproximation

Låt oss beteckna felet vid approximationen $f(x) \approx P_n(x)$ med $R_{n+1}(x)$ det vill säga

$$R_{n+1}(x) = f(x) - P_n(x)$$

Vi kan beskriva felet om vi gör följande **förutsättning**:

Antag att $f^{(n+1)}$ är kontinuerlig på ett intervall I , som innehåller punkten a .

(a) Resttermen vid taylorutveckling

För varje x i I finns ett tal c mellan x och a så att

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{(n+1)}$$