

Observera att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdigrättade den 8:e januari. Vill du ha besked om resultatet via epost, så skicka meddelande om det till jea@math.chalmers.se. Lycka till!

1. Betrakta funktionen

$$f(x) = e^x + \sin x + \cos x - 2x$$

(a) För x nära 0 kan funktionen approximeras med ett polynom av formen $y = a + bx^p$, där $b, p \neq 0$. Hur skall talen a, b och p väljas? (4p)

(b) Vad kan du med hjälp av resultatet i (a) säga beträffande om funktionen har lokalt maximum, lokalt minimum eller ingetdera i punkten $x = 0$? (2p)

2. (a) Beräkna följande series summa (3p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n}.$$

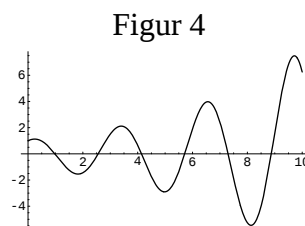
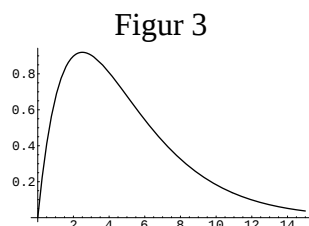
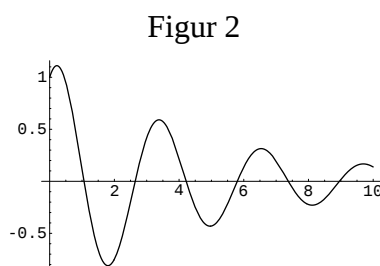
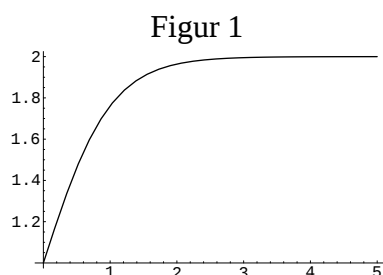
(b) Bestäm konvergensradien för potensserien (3p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cdot x^n.$$

3. Nedanstående fyra figurer visar graferna för lösningar $y = y(t)$ till fyra av följande differentialekvationer.

- (a) $y' + 0.4y + 0.8 = 0$ (b) $y'' + 0.4y' + 4y = 0$ (c) $y' = y(2 - y)$
(d) $y'' - 3y' + 2y = 0$ (e) $y'' + 0.8y' + 0.16y = 0$ (f) $y'' - 0.4y' + 4y = 0$

Ange (utan motivering) för var och en av figurerna vilken av lösningarna den representerar. (6p)



VÄND!

4. Låt

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+1)(x+2)}}, \quad 0 \leq x < \infty.$$

- (a) Har den rotationskropp som uppkommer då kurvan $y = f(x)$ roterar kring x -axeln ändlig volym? Bestäm den i så fall. (4p)
- (b) Har den yta som ligger mellan kurvan och x -axeln ändlig area? Bestäm den i så fall. (4p)
5. Härled formlerna för variabelsubstitution och partiell integration i obestämda integraler. (6p)

Uppgifter för möjlighet till höjning av tilläggspoängen.

För den som inte har maximal tilläggspoäng från duggan och de två inlämningsuppgifterna, kommer här tre kompletteringsuppgifter. Vilka uppgifter du kan använda för att höja poängen beror på vilken tilläggspoäng du har från början. Föresättningarna har delats ut i samband med kursen så här anges i samband med varje uppgift bara vilka som kan ha anledning att räkna denna. Fullständiga lösningar skall ges även i dessa uppgifter.

K1 (Skall bara göras av den vars tilläggspoäng är mindre än 6)

Beräkna integralen

$$\int_0^1 x e^{-x} dx.$$

K2 (Skall bara göras av den vars tilläggspoäng är mindre än 12)

Bestäm den lösning $y = y(t)$ till differentialekvationen

$$y'' - y = e^{2t}$$

som uppfyller $y(0) = 0$ och $y'(0) = 1$.

K3 (Skall bara göras av den vars tilläggspoäng är mindre än 18)

Newtons lag för uppvärmning säger att temperaturökningen hos en kropp är proportionell mot skillnaden i temperatur mellan kroppen och omgivningen. Antag att ett mindre föremål med temperaturen 0 grader flyttas in i ett rum där temperaturen konstant är 20 grader. Antag vidare att föremålet efter 10 minuter har temperaturen 10 grader. Vilken temperatur ger Newtons lag att föremålet har efter 20 minuter?

J-E A