

MATEMATIK
Chalmers

Hjälpmedel: typgodkänd räknare
Tele: Milena Anguelova
0702-740902

Skriv namn och personnummer
på varje inlämnat papper och linje
samt inskrivningsår på omslaget

Tentamen i TMA 305 Envariabelanalys I, del B, 03 08 21, kl 14.15-18.15.

1. Bestäm alla reella lösningar till differentialekvationen

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = e^{-t} \cos 3t.$$

2. Grafen till den deriverbara funktionen $f(x)$ har följande egenskap:

Om man i en godtycklig punkt $(a, f(a))$ på grafen drar normalen så råkar den x -axeln i $(b, 0)$. Triangeln med hörn i punkterna $(a, f(a))$, $(b, 0)$ och $(a, 0)$ har alltid arean 2.

Vilken funktion är $f(x)$, om man dessutom vet att $f(3) = 2$?

3. (a) Bestäm konvergensradien till potensserien

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i!)^2 x^{4i+1}}{2^i (2i+1)!}.$$

- (b) Avgör om serien

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2^i (2i-1) 9^i}$$

konvergerar. Bestäm i så fall dess värde.

3p+5p

4. (a) Hur definieras geometriskt skalärprodukten av två vektorer i rummet?
(b) Hur lyder den algebraiska definitionen av skalärprodukt av två vektorer i rummet givna genom koordinater?
(c) Bestäm en (det finns flera!) vektor som har längd 3 och skalärprodukten -5 med $(-1, 4, -2)$.

2p+2p+2p

5. Formulera och bevisa jämförelsekriteriet för positiva serier.

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida från torsdagen den 22 augusti:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tma305b/0203/>

VÄND!

Under kursens gång har det förekommit löpande examination. Den maximala poängen från denna är 18. Om Du vill komplettera Din poäng från detta moment kan Du lösa uppgifter nedan. Inom parentes anges vilka uppgifter som är aktuella för Dig. T.ex. anger (< 12) att uppgiften gäller Dig vars poäng från den löpande examinationen är < 12 . Bara korrekt valda uppgifter kommer att beaktas!

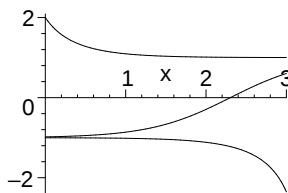
Varje uppgift kan ge tre poäng. Tillsammans med den löpande examinationen kan Du dock högst komma upp i den poäng som anges inom parentes. Det betyder att om Du t.ex. har 11p från tidigare examination och löser uppgift 9 helt korrekt, så kommer Du trots detta bara upp i 12p.

Fullständiga lösningar krävs för poäng!

6. (< 3) Ligger punkten $(-1, 0, 1)$ på linjen genom $(-2, 4, -5)$ och $(3, -2, -1)$?
7. (< 6) Bestäm Taylorpolynomet av ordning 9 kring $x = 0$ till funktionen $1/(1 - x^3)$.
8. (< 9) Vilken punkt i planet $x + 2y + 3z = 4$ ligger närmast punkten $(0, 3, 4)$?
9. (< 12) Kurvan $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $0 \leq x \leq 2$, roterar runt x -axeln. Beräkna volymen av den kropp som då uppstår.
10. (< 15) För vilka x konvergerar serien

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^{3i+1}}{i^2 2^{2i}}?$$

11. (< 18) Figuren nedan visar graferna till tre funktioner som är lösningar till en och samma differentialekvation. Ange en sådan och lös den fullständigt.



Det finns många svar och Du behöver bara ta hänsyn till det principiella uppförandet hos lösningarna.

JAS