

Dugga i TMA315B: Linjär algebra och flervariabelanalys I, del B

Datum: 2003-04-10 kl 13.15 - 15.15

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare.

Telefon: Lennart falk, ankn. 3564.

OBS! Skriv namn och personnummer på svarsblanketten!

1 poäng per uppgift.

1. Vilken av följande kvadratiske former representeras av matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$?

- a) $2x^2 + y^2 - z^2 + xy + 9yz$ b) $2x^2 + y^2 - z^2 + xy + 3yz$
c) $2x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 6yz$ d) $2x^2 + y^2 - z^2 + 4xy + 4yz$
e) Ingen av a-d.

2. Matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ har egenvektorena $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Vilket är sant?

a) A är ej ortogonalt diagonaliserbar

A är ortogonalt diagonaliserbar med diagonalmatrisen

- b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

3. Vilket är det *minsta* värdet av den kvadratiske formen $Q = 3x^2 + 4xy - 5y^2$ när $x^2 + y^2 = 1$?

- a) 0 b) $-\sqrt{20} - 1$ c) $-5 - \sqrt{2}$ d) -6 e) -5

4. Bara en av följande kvadratiske former är positivt definit. Vilken?

- a) $A(x, y) = 6x^2 + 9y^2 - 4xy$ b) $B(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$
c) $C(x, y) = x^2 + 9y^2 + 6xy$ d) $D(x, y) = x^2 + y^2 + 4xy$
e) $D(x, y, z) = x^2 + z^2$

5. Vilken av funktionerna har en nivåkurva som går genom punkterna (1, 1), (0, 2) och (1, 3)? (Obs! Du måste inte räkna ut nivåkurvorna för att kunna avgöra detta!)

- a) $a(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ b) $b(x, y) = \sin(x + y)$ c) $c(x, y) = e^{1+x-y}$
d) $d(x, y) = (x^2 + y^2 - 2x - 4y)^{-1}$ e) Ingen av funktionerna i a-d.

Var god vänd!

6. Vilken av graferna till funktionerna i a-d är också en nivåyta till funktionen

$$f(x, y, z) = x^2 + y - e^z.$$

a) $a(x, y) = \ln(x^2 + y - 1)$

b) $b(y, z) = y - e^z$

c) $c(x, y) = x^2 + y$

d) $d(x, z) = x^2 + z^2$

e) Ingen av a-d.

7. Vilket gränsvärde har funktionen $f(x, y) = \frac{x^2y + xy + x^3}{x^2 + y^2}$ då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$?

a) 1

b) $\frac{1}{2}$

c) -1

d) 0

e) Gränsvärde saknas.

8. Vad är riktningsderivatan av $f(x, y, z) = x + y^2 + z^3$ i punkten $(1, -1, 1)$ tagen i den riktning som ges av vektorn $(2, -2, 1)$?

a) 3

b) $\sqrt{14}$

c) -2

d) 1

e) Inget av värdena i a-d.

9. I vilken riktning växer funktionen $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2) + z^2$ snabbast, om man utgår ifrån punkten $(1, -1, 2)$?

a) $(-1, -1, 4)$

b) $(1, 1, -4)$

c) $(-1, -1, -4)$

d) $(1, -1, 4)$

e) $(1, -1, -4)$

10. För vilken av ytorna a-d gäller att tangentplanet i punkten $(1, 1, 2)$ innehåller origo?

a) $x^2 - y + 2z = 4$

b) $x^2 - y^2 + z = 2$

c) $x^2 + y^2 - 2z = -2$

d) $x - y^2 + z = 2$

e) Ingen av a-d.

11. Vilken av följande punkter kan vara extrempunkt till $f(x, y) = (x - y)^2 - x^4 - y^4$?

a) $(1, 1)$

b) $(1, -1)$

c) $(-1, -1)$

d) $(-1, 2)$

e) Ingen av a-d.

12. Om $f(x, y) = \frac{3x^3 + 2x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ för $(x, y) \neq (0, 0)$, kan man då definiera $f(0, 0) = k$

så att $f'_x(0, 0)$ existerar?

a) Ja, om $k = -1$

b) Ja, om $k = 0$

c) Ja, om $k = 2$

d) Ja, om $k = 1$

e) Nej.

/LF