

Dugga i TMA315 Linjär algebra och flervariabelanalys del B

Datum: 2004-04-24 kl 11.15 - 13.15

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare.

Telefon: Alexander Herbertsson, 0739-779268

Skriv namn och personnummer på svarsblanketten. Bara blanketten, inget omslag!

På varje fråga finns *bara ett* korrekt svarsalternativ!

1. Vilken av följande matriser är både ortogonal och symmetrisk?

a) $\begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -2/3 & 2/3 & -1/3 \\ -2/3 & -1/3 & 2/3 \\ -1/3 & -2/3 & -2/3 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & -1/3 \\ -2/3 & -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

2. Vilken av följande matriser diagonaliseras av matrisen $P = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ e) Ingen av a-d

3. Vilken av följande kvadratiska former är *indefinit*?

a) $a(x, y) = x^2 + 6xy + y^2$ b) $b(x, y) = 9y^2$ c) $c(x, y) = x^2 - 6xy + 9y^2$
d) $d(x, y) = 9x^2 + 9y^2$ e) Ingen av a-d

4. Vilken av följande kvadratiska former har störst maxvärde på cirkeln $x^2 + y^2 = 1$?

a) $a(x, y) = x^2 + 6xy + y^2$ b) $b(x, y) = 9y^2$ c) $c(x, y) = x^2 - 6xy + 9y^2$
d) $d(x, y) = 9x^2 + 9y^2$ e) $e(x, y) = 10xy$

5. För alla funktionerna nedan utom en är *alla* nivåkurvor räta linjer. Vilken är den avvikande?

a) $a(x, y) = \frac{1}{\sqrt{12x+y}}$ b) $b(x, y) = e^{2+x-4y}$ c) $c(x, y) = 2x + 7y - 12$
d) $d(x, y) = (x+y)(x-3y)$ e) $e(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$

6. Vilken av följande ytor har i punkten $(1, -1)$ tangentplanet $2x - 3y - z = 1$?

a) $z = 2x - 3y + 1$ b) $z = x^2y^3$ c) $x^2 - y^2 - 5y - z + 1 = 0$
d) $z = x^2 - y^2 - 5y - 1$ e) Ingen av a-d

7. Vilken av följande funktioner, definierade för $(x, y) \neq (0, 0)$ blir *kontinuerlig* i $(0, 0)$ om man sätter $f(0, 0) = 0$?

a) $a(x, y) = \frac{x^2+y^2+x^3}{x^2+y^2}$ b) $b(x, y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ c) $c(x, y) = \frac{x+y}{x^2+y^2}$ d) $d(x, y) = \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$
e) Ingen av a-d

8. I vilken riktning *avtar* funktionen $f(x, y, z) = xyz + \ln(x + y + z)$ snabbast, utgående från punkten $(2, 1, -2)$?
 a) $(1, 3, -3)$ b) $(3, 1, 3)$ c) $(-3, -3, 1)$ d) $(-2, -1, 2)$
 e) avtar lika snabbt i alla riktningar
9. Vad är *riktningsderivatan* av funktionen i uppgift 8, tagen i punkten $(2, 1, -2)$ i riktning mot punkten $(3, 3, 0)$?
 a) -1 b) 0 c) $-\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ e) 1
10. För den differentierbara funktionen $f(x, y)$ gäller att $\nabla f(-5, 4) = (2, 3)$. Vi bildar funktionen $u(t) = f(x(t), y(t))$, där $x(t) = 5t$, $y(t) = 3t^2 + 1$. Vad är $u'(t)$ då $(x, y) = (-5, 4)$?
 a) 2 b) 0 c) $\sqrt{13}$ d) -49 e) -8
11. Funktionen f bestäms av att $f(0, 0) = 0$, annars är $f(x, y) = \frac{x^3 - 2xy^2 - 2y^3}{x^2 + y^2}$.
 Vad är $f'_y(0, 0)$?
 a) -6 b) 0 c) -2 d) -3 e) Denna derivata existerar ej
12. Funktionerna i a-d har alla värdet noll i $(0, 0)$, för övrigt är de definierade enligt nedan. Vilken av dem är *inte* differentierbar i $(0, 0)$?
 a) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2 + y^2}$ b) $\ln(1 + x^2 + y^2)$ c) $\frac{xy}{1 + x^2 + y^2}$ d) $\frac{x^2y + xy^2}{x^2 + y^2}$
 e) Alla funktionerna i a-d är differentierbara i $(0, 0)$