

Dugga i TMA315 Linjär algebra och flervariabelanalys del B

Datum: 2005-04-23 kl 11.00 - 13.00

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare.

Skriv namn och personnummer på omslaget.

Svara med ditt bokstavsalternativ (stor bokstav) för varje uppgift i kolumnen "sätt kryss".

På varje fråga finns *bara ett* korrekt svarsalternativ!

1. Vilken är den symmetriska matrisen associerad till den kvadratiske formen $3x^2 + 4xy + 5y^2$?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ 2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & \frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$

E) inget av de andra alternativen stämmer.

2. Om den kvadratiske formen $Q(h,k)$ vet man att den är positivt definit. Vilket alternativ ger då Q ?

A) h^2 B) hk C) $h^2 + hk - k^2$ D) $h^2 - hk + k^2$

E) inget av de andra alternativen stämmer.

3. Vi studerar den kvadratiske formen $Q(x,y) = 3x^2 - 4xy + 6y^2$ på enhetscirkeln. Vilket är sant av följande alternativ? Då $x^2 + y^2 = 1$ är alltid

A) $-4 \leq Q(x,y) \leq 6$ B) $2 \leq Q(x,y) \leq 7$ C) $3 \leq Q(x,y) \leq 6$ D) $5 \leq Q(x,y) \leq 9$

E) inget av de övriga alternativen stämmer.

4. Vektorerna $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

utgör en bas (ej ON!) av egenvektorer till en symmetrisk 4x4-matris A . A har ett dubbelt och två enkla egenvärden. Två av vektorerna hör till det dubbla egenvärdet. Vilka?

A) $\mathbf{v}_1$ och $\mathbf{v}_2$ B) $\mathbf{v}_1$ och $\mathbf{v}_3$ C) $\mathbf{v}_2$ och $\mathbf{v}_3$ D) $\mathbf{v}_2$ och $\mathbf{v}_4$ E) $\mathbf{v}_3$ och $\mathbf{v}_4$

5. Vilken av följande funktioner har en graf som är en cirkulär kon med spetsen vänd bort från origo?

A) $f(x,y) = 1 + x^2 + y^2$ B) $g(x,y) = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ C) $h(x,y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$

D) $k(x,y) = 2 - x^2 - 3y^2$ E) ingen av funktionerna i föregående fyra alternativ

6. Rikttningsderivatan av funktionen $f(x,y,z) = 35 \ln(x+yz)$ i punkten $(3,2,6)$ i riktning mot origo är

A) -9 B) 9 C) 63 D) -63 E) inget av värdena i tidigare alternativ.

Var god vänd!

7. Vilken vektor är ortogonal mot ytan $x^2 - y^2 + z^3 = 6$ i punkten $(3, 2, 1)$?

- A) $(9, -4, 1)$ B) $(1, -1, 1)$ C) $(2, -2, 3)$ D) $(6, -4, 3)$
E) ingen av de givna vektorerna.

8. En av följande ekvationer bestämmer tangentplanet till grafen för funktionen $f(x, y) = x^2 + 2xy$ i punkten $(1, 2, 5)$. Vilken?

- A) $z = 5 + 6(x - 1) + 2(y - 2)$
B) $z = 5 + (2x + 2y)(x - 1) + 2x(y - 2)$
C) $(x - 1) + 2(y - 2) - 5(z - 5) = 0$
D) $z = x + 2y - 5$
E) inget av de andra alternativen stämmer.

9. För vilken av följande funktioner gäller att nivkurvorna utgör räta linjer eller delar av räta linjer som skär varandra i en gemensam punkt?

- A) $f(x, y) = \frac{1}{4x-y}$ B) $g(x, y) = \sqrt{2x+y}$ C) $h(x, y) = \frac{1}{(x-y)(x+3y)}$ D) $k(x, y) = \frac{x+2y}{3x-y}$
E) ingen av funktionerna i föregående fyra alternativ

10. Vilket gränsvärde har funktionen

$$f(x, y) = \frac{3xy}{x^2 + xy + 2y^2} \quad \text{då} \quad (x, y) \rightarrow (0, 0)?$$

- A) 0 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) Detta gränsvärde existerar ej

11. Funktionen f bestäms av att $f(0, 0) = 0$, annars är

$$f(x, y) = \frac{xy^2 - 2x^3}{x^2 + y^2}.$$

Vad är $f'_x(0, 0)$?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) Denna derivata existerar ej

12. Vad är sant om följande funktion i punkten $(0, 0)$?

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^{\frac{1}{4}} & \text{när } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{när } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- A) f är ej kontinuerlig, saknar partiella derivator, är ej differentierbar
B) f är kontinuerlig, saknar partiella derivator, är ej differentierbar
C) f är ej kontinuerlig, har partiella derivator, är ej differentierbar
D) f är kontinuerlig, har partiella derivator, är ej differentierbar
E) f är kontinuerlig, har partiella derivator, är differentierbar

/LF