

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Linjär algebra och flervariabelanalys del B för I1 (TMA315B) 2007-08-25

Skrivtid: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare.

Telefon: Peter Lindroth, 076-272 18 60.

För godkänt krävs minst 25 poäng.

Betyg 3: 25-31 poäng, betyg 4: 32-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Slutbetyg: addera resultaten från del A och del B, dubblera de ovan givna poängtal.

Resultat meddelas via Ladok ca tre veckor efter tentamenstillfället.

-
- 1 Diagonalisera ortogonalt den symmetriska matrisen $A = \begin{bmatrix} 16 & -4 \\ -4 & 16 \end{bmatrix}$.
(Ange de aktuella matriserna och sambandet mellan dem.) (6p)
- 2 (a) Beräkna riktningsderivatan till $f(x, y) = x^2 - xy^2 + y^3$ i punkten $(1, 1)$
i den riktning som ges av vektorn $(3, 4)$. (3p)
(b) Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $x^3 + 4x^2y + y = z^2$ i punkten $(1, 0, 1)$. (3p)
- 3 Bestäm de kritiska (=stationära) punkterna till $f(x, y) = x^2 + 2xy + xy^2$ och
avgör deras karaktär. (6p)
- 4 (a) Beräkna dubbelintegralen $\int_T (2xy + y^2) dA$,
där T är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 0)$ och $(2, 6)$. (4p)
(b) Beräkna dubbelintegralen $\int_E e^{-x^2 - y^2} dA$, där $E = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. (4p)
- 5 Kvantiteten q av en tillverkad produkt (över en viss tid) beror på antalet arbetare W och
mängden investerat kapital K , och ges av sambandet $q = 6W^{0,75}K^{0,25}$. Kostnaden per
arbetare är 100 kr och kapitalkostnaden är 200 kr per enhet. Hela budgeten är 30000 kr.
Bestäm det optimala antalet arbetare W och det optimala antalet kapitalenheter K . (6p)
- 6 Beräkna trippelintegralen $\int_W x^2 z dV$, där W definieras av olikheterna $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och
 $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$. (6p)
- 7 (a) Formulera *kedjeregeln* för en sammansatt funktion $u(t) = f(\mathbf{x}(t))$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$.
(Det är tillåtet att välja $n = 2$, $\mathbf{x} = (x, y)$). (2p)
(b) Bevisa kedjeregeln i den form du har valt i a)! (4p)
- 8 (a) Vad menas med att ett vektorfält $\mathbf{F}$ är ett *gradientfält*, och vad är en *potential* till fältet? (2p)
(b) Beskriv hur man kan använda en potential f till ett vektorfält $\mathbf{F}$ då man vill
beräkna en kurvintegral $\int_C \mathbf{F} d\mathbf{r}$ över en kontinuerlig kurva C . (1p)
(c) Formulera *Greens formel*. Förklara införda beteckningar, ange förutsättningar och
rita gärna en figur. (3p)

Lycka till!
/LF