# Facit eller kortfattade lösningar till vissa uppgifter

## $\boxed{\alpha}$ Derivata

**5.** En sekant genom punkterna $(x, f(x))$ och $(x_0, f(x_0))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Om vi låter $x$ gå mot $x_0$ får vi som gränsvärde riktningskoefficient till tangenten i punkten $x_0$. Detta definierar derivatan i denna punkt, d v s

$$f'(x_0) = \lim_{x \longrightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

## $\boxed{\beta}$ Räkneregler för derivata

**4.** Om man använder att $1 = g(x)\frac{1}{g(x)}$ och deriverar bägge led, där man ser att vänsterledet är en produkt, så finner man att

$$0 = g'(x)\frac{1}{g(x)} + g(x) \cdot D\frac{1}{g(x)}.$$

där $D$ är deriveringsoperatorn (derivera med avseende på $x$).

Löser vi ut så finner vi att

$$D\frac{1}{g(x)} = -\frac{g'(x)}{(g(x))^2},$$

som ju endast är definierad då $g(x) \neq 0$.

## $\boxed{\gamma}$ Derivering en funktion

**3.** För att t ex visa att $M$ är ett vektorrum (vilket också kallas ett linjärt rum) så skall man gå igenom alla kraven för ett vektorrum på sid 6:01 i linjär algebra boken. Som exempel: Tag $f(x)$ och $g(x)$ i $M$. Då är det klart för oss att även $f(x) + g(x)$ är en funktion i variabeln $x$ och därmed har vi kollat första kravet, d v s det som kallas AXIOM 1. Med att ”ni kan lätt visa” menas att alla dessa krav är ytterst lätta att kolla, för att inte säga helt uppenbara.

## $\boxed{\delta}$ Gränsvärde

**3.** Se sats 3.1 i den gula analysboken på sidan 72.