

Obs! Lämnas senast kl.12.30

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, Del 1, 9/01/2012, 8.30-12.30

Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Urban Larsson, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

Del 1

1. (a) Vilka av följande matriser är trappstegsmatriser? (1p)

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{ii)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} & \text{iii)} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{iv)} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \text{v)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \text{vi)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \text{vii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{viii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{ix)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- (b) Betrakta matriserna i a) som utvidgade matriser för ekvationssystem. För trappstegsmatriserna ange antal av lösningar utan att göra beräkningar. Ge kort motivation för dina svar. (4p)
- (c) För ekvationssystem i b) som har mera än en lösning, ange lösningar på vektorparametrisk form. (3p)

2. (a) Beräkna determinanten (2p)

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

- (b) Beräkna determinanten (3p)

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

- (c) Beräkna determinanten (3p)

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 4 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

3. Betrakta punkterna $P(1, 0, 0)$; $Q(1, -1, 0)$; $R(0, 2, -1)$.

- (a) Beräkna area av triangeln $\triangle PQR$. (4p)

- (b) Beräkna area av projektion av $\triangle PQR$ på planet π som går genom P , Q och origo. (4p)

4. Polynomet $p(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 + 3ix^2 + 6ix - 3i$ har minst två reella rötter. Hitta rötterna av polynomet. (8p)

5. (a) På en avlägsen planet bor en flock av slonopotamer. Slonopotamerna kan vara av typ A eller av typ B. Typ A slonopotamer har ett huvud, en svans och 3 fötter. Slonopotamer av typ B har ett huvud, två svansar och en fot. Eftersom slonopotamerna springer i en tät flock kan man inte beräkna deras antal men man lyckades räkna upp 48 huvud, 64 svansar, och 82 fötter. Med hjälp av minsta kvadratmetoden beräkna hur många slonopotamer av varje typ skall finnas. (6p)

- (b) Minsta kvadratmetoden minimerar fel. Kan felet vara noll? (2p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Maria