

Obs! Lämnas senast kl.12.30

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, Del 1, 20/08/2012, 8.30-12.30

Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Richard Lärkäng, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

Del 1

1. (a) Vilka av följande matriser är trappstegsmatriser? (1p)

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{ii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{iii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{iv)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{v)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \text{vi)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{vii)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{viii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{ix)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- (b) Betrakta matriserna i (a) som utvidgade matriser för ekvationssystem. För trappstegsmatriserna, ange antalet lösningar utan att göra beräkningar. Ge kort motivering av dina svar. (4p)
- (c) För ekvationssystem i b) som har mer än en lösning, ange lösningar på vektorparametrisk form. (3p)

2. (a) Hitta inversa matrisen till (6p)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

- (b) Använd matrisen som du har räknat ut i uppgift (a) för att lösa ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 & = & 3 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 & = & 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & = & -2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 & = & 0 \end{cases}$$

3. Hitta volum av en pyramid med hörn i $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 0, 1)$ och origo. (8p)
(Tips: Volumen av en pyramid är tredje del av area av botten gånger höjden.)
4. Hitta rötterna av polynomet $p(x) = x^4 + 2x^2 + 4$. (8p)
5. (a) Beräkna adjunktmatrix till A . (4p)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (b) Använd adjunktmatrixn till A för att hitta inversmatrisen till A . (Det formågan att använda samband mellan adjunkt och inversmatriser, som ger poäng.) (4p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Maria