

Obs! Lämnas senast kl.18

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, Del 1, 18/10/2011, 14.00-18.00

Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Jacob Sznajdman, 0703-088304.

Besökstider: ca 15.00 och 17.00

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

Del 1

1. (a) Vilka av följande matriser är trappstegsmatriser? (1p)

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{ii)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} & \text{iii)} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \\ \text{iv)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} & \text{v)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \text{vi)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \text{vii)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{viii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{ix)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- (b) Betrakta matriserna i (a) som utvidgade matriser för ekvationssystem. För trappstegsmatriserna, ange antalet lösningar utan att göra beräkningar. Ge kort motivering av dina svar. (4p)
- (c) För ekvationssystem i b) som har mer än en lösning, ange lösningar på vektorparametrisk form. (3p)

2. (a) Hitta inversa matrisen till (6p)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (b) Använd matrisen som du har räknat ut i uppgift (a) för att lösa ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 & = & 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 & = & 0 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 & = & 5 \\ x_3 - x_4 + 2x_5 & = & 0 \\ x_4 - x_5 & = & 5 \end{cases}$$

3. (a) Hitta en ekvation för ett plan π som innehåller linjerna (4p)

$$\ell_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = z \text{ och } \ell_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{3} = z.$$

- (b) Hur stort är avståndet mellan origo och planet π som du har hittat i uppgift (a). (4p)

4. (a) Polynomet $p(x) = x^3 + 6x^2 + (9 + 2i)x + 20 + 10i$ har minst en reel och minst en rent imaginär rot. Hitta rötterna till polynomet. (6p)
- (b) Om du vet att polynomet $p(x) = 9x^{2011} + 239x^{2010} + \dots + 128x - 6$ har minst en rationell rot, vilka tal ska du prova? (2p)

5. (a) En teknolog sommarjobbar på zoolabben. Han samlar taggar från tre burar med igelkottar. Under sommaren har han samlat 64 taggar från bur A, 61 tagg från bur B, 33 taggar från bur C, och 28 taggar från bur D. I bur A sitter 3 Egyptiska långörade igelkottar (*Hemiechinus auritus*) och 2 ökenigelkottar (*Paraechinus aethiopicus*), i bur B sitter 2 Egyptiska långörade igelkottar och 3 ökenigelkottar, i bur C sitter en Egyptisk långörad igelkott och 2 ökenigelkottar, och i bur D sitter en Egyptisk långörad igelkott och en ökenigelkott. Anta att igelkottar av samma art har tappat lika många taggar under sommaren men det kunde gå lite fel med tagginsamlingen. Hitta med hjälp av minsta kvadratmetoden hur många taggar varje igelkott har tappat. (6p)
- (b) Vad minimerar minsta kvadratmetoden? (2p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Maria