

Linjär algebra och numerisk analys, 2017

Bonusuppgift nummer 5: Minsta-kvadrat-approximation, val av metod, maximalt 3 bonuspoäng

Vi ska studera problemet att anpassa ett polynom av grad d till datapunkter (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$ i planet. Låt polynomet vara $p(x) = \sum_{j=0}^d a_j x^j$.

Uppgifter:

a. Välj $d = 14$, $a_j = 1$, $j = 0, \dots, 14$ och ta $m = 21$ ekvidistanta punkter x_i , $i = 1, \dots, 21$ i intervallet $[0, 1]$. Beräkna $y_i = p(x_i)$, $i = 1, \dots, 21$.

Vi ska nu försöka återskapa a_j genom att lösa det överbestämde ekvationssystemet $A\hat{a} = y$, där A 's kolonner alltså utgör potenser av vektorn x . **b.** Jämför, genom att beräkna felet $\|\hat{a} - a\|_2$, följande metoder att lösa approximations-problemet (det överbestämde ekvationssystemet):

1. Normalekvationerna
2. QR-faktorisering
3. Trunkerad minsta-kvadrat med 12 termer i SVD.

Vilka slutsatser drar du om metodernas lämplighet? Förklara skillnaderna mellan metoderna.

Hint: Nyttiga MATLAB-funktioner: `polyval`, `vander`

Inlämning: Slutsatser, förklaringar, MATLAB-kod och resultat.