

Linjär algebra och numerisk analys, 2017

Bonusuppgift nummer 7: Simultant diagonaliserbara matriser, maximalt 3 bonuspoäng

Låt V vara ändligdimensionellt linjärt rum, och $F : V \rightarrow V$ och $G : V \rightarrow V$ linjära transformationer som är diagonaliserbara, det vill säga: Det finns en bas $\mathbf{e}$ för V , så att matrisen till F i basen $\mathbf{e}$ är diagonal, och en bas $\mathbf{f}$ till V så att matrisen till G i $\mathbf{f}$ är diagonal.

Uppgifter: a. Visa att om F och G är simultant diagonaliserbara, det vill säga at $\mathbf{e} = \mathbf{f}$, så är

$$F(G(x)) = G(F(x)) \quad \text{för alla } x \in V.$$

b. Visa att om

$$F(G(x)) = G(F(x)) \quad \text{för alla } x \in V,$$

så finns en bas $\mathbf{g}$ (möjligtvis olik båda $\mathbf{e}$ och $\mathbf{f}$) så att matriserna till båda F och G i $\mathbf{g}$ är diagonala.

Inlämning: Bevis för dom två satserna.