Tentamen i Tillämpad matematik K, 1994–05–30

Telefon: Håkan Andreasson, 772 53 14
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

---

1. Bestäm Taylorpolynomet av grad 1 för funktionen $f(x,y) = x^3e^{-4/y}$ med avseende på punkten $(1,4)$. (6 p)

2. Funktionen f är jämn och periodisk med period 4 och $f(t) = 1$ för $0 < t < 1$, $f(t) = 0$ för $1 < t < 2$. Rita dess graf och bestäm dess Fourierserie. (6 p)

3. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$x'(t) = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x(t), \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Är systemet stabilt? (6 p)

4. (a) Beräkna divergensen av vektorfältet (3 p)

$$\mathbf{F} = (x^3 - x^2y, y^3 - xy^2, 4xyz).$$

(b) Beräkna normalytintegralen

$$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS \text{ då } S = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

och $\mathbf{n}$ är den utåtriktade enhetsnormalen. (3 p) Tips: $dx\,dy\,dz = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$.

5. Bestäm minimipunkterna till funktionen $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$. (6 p)

6. Lös begynnelse-randvärdesproblemet (6 p)

$$\begin{aligned} &u'_t = u''_{xx}, && 0 < x < 1,\ t > 0, \\ &u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0, && t > 0, \\ &u(x,0) = 1, && 0 < x < 1. \end{aligned}$$

7. Låt V vara mängden av alla reella polynom p sådana att grad $p \leq 3$ och $p(0) = p(1) = 0$. Visa att V är ett linjärt rum, finn en bas för V och bestäm dim V. (6 p)

8. Visa att egenvektorer som svarar mot olika egenvärden till en symmetrisk matris är ortogonala. (6 p)

9. Skriv ett MATLAB-program som löser minimeringsproblemet i uppgift 5. (2 p)