Matematiska institutionen CTH

Tentamen i TMA680 Tillämpad matematik K, 1996–05–24

Telefon: Fredrik Abrahamsson, 772 53 41
Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook. Kalkylator ej tillåten.

---

1. Undersök funktionen

$$f(x_1, x_2) = \tfrac{1}{3}x_1^3 + x_2^2 - 4x_1x_2 + 7x_1 + 8$$

med avseende på lokala maxima, minima och sadelpunkter. (5 p)

2. Bestäm den stationära lösningen till systemet

$$\begin{aligned} X_1'(t) &= -X_1(t) - 5X_1(t)e^{X_2(t)}, \\ X_2'(t) &= \alpha X_2(t) + 10X_1(t)e^{X_2(t)} + \beta, \end{aligned}$$

där α, β är konstanter. Linjärisera kring den stationära lösningen. För vilka värden på α, β är den stationära lösningen stabil? (10 p)

3. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$x'(t) = \begin{bmatrix} 3 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} x(t), \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

med “egenvektormetoden”. Är systemet stabilt? (10 p)

4. Funktionen f är udda och periodisk med period 4 och $f(t) = 1$ för $0 < t < 1$, $f(t) = 0$ för $1 < t < 2$. Rita dess graf och bestäm dess Fourierserie. Rita amplitudspektrum (de första 5 termerna räcker). Tillämpa Parsevals formel och rita energispektrum. (10 p)

5. (a) Lös randvärdesproblemet

$$\begin{aligned} -c''(x) &= -\phi^2 c(x), \quad 0 < x < 1, \\ c'(0) &= 0, \ c'(1) + \nu\big(c(1) - 1\big) = 0, \end{aligned}$$

där ϕ, ν är konstanter.

(b) Beräkna kvantiteten $\eta = \int_0^1 c(x)\,dx$.

(c) Ange en kemiteknisk tolkning av differentialekvationen, randvillkoren och kvantiteten η.

(d) Vilka värden på konstanten ν kan förekomma (t ex $\nu < 0$, $\nu = 0$, $\nu > 0$, $\nu = \infty$)? Varför?

(e) Vad blir η då $\nu = 0$? Hur varierar η då ν ökar? (Minskar, ökar, annat? Bevisa!) Är detta rimligt med tanke på den kemitekniska tolkningen? (15 p)

/SL