Matematiska institutionen CTH

Tentamen i TMA680 Tillämpad matematik K, 1997–01–17

Telefon: Leif Cardell, 772 35 44
Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook. Kalkylator ej tillåten.

---

1. Undersök funktionen

$$f(x_1, x_2) = \tfrac{1}{3}x_1^3 + x_2^2 - 4x_1x_2 + 7x_1 + 8$$

med avseende på lokala maxima, minima och sadelpunkter. (10 p)

2. Funktionen f är periodisk med period 4 och $f(t) = |t|$ för $|t| < 2$. Rita dess graf och bestäm dess Fourierserie. Rita amplitudspektrum (de första 5 termerna räcker). (10 p)

3. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$x'(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} x(t), \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

med "egenvektormetoden". Är systemet stabilt? (10 p)

4. Bestäm de stationära lösningarna till systemet

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_2(t)\big(1 - x_1(t)^2\big), \\ x_2'(t) &= 2 - x_1(t)x_2(t). \end{aligned}$$

Linjärisera kring de stationära lösningarna och undersök de linjäriserade systemens stabilitet. (10 p)

5. (a) Lös randvärdesproblemet

$$\begin{aligned} -c''(x) &= -\phi^2 c(x), \quad 0 < x < 1, \\ c'(0) &= 0,\ c'(1) + \nu\big(c(1) - 1\big) = 0, \end{aligned}$$

där ϕ, ν är konstanter.

(b) Beräkna kvantiteten $\eta = \int_0^1 c(x)\,dx$.

(c) Ange en kemiteknisk tolkning av differentialekvationen, randvillkoren och kvantiteten η.

(d) Vilka värden på konstanten ν kan förekomma (t ex $\nu < 0$, $\nu = 0$, $\nu > 0$, $\nu = \infty$)? Varför? (10 p)

/stig