Matematik Chalmers

Tentamen i TMA681 Tillämpad matematik K, 1998–08–26

Telefon:

Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook. Kalkylator ej tillåten.

Uppgifterna är värda 10 poäng vardera.

---

1. Funktionen f är udda och periodisk med period 6 och $f(t) = 1$ för $0 < t < 1$, $f(t) = 0$ för $1 < t < 3$. Rita dess graf och bestäm dess Fourierserie. Rita amplitudspektrum (de första 7 termerna räcker).

2. Bestäm koefficienter a, b så att funktionen

$$u(x,y,t) = t^a \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{bt}\right)$$

löser värmeledningsekvationen $u_t' = \kappa(u_{xx}'' + u_{yy}'')$, där $\kappa > 0$.

3. Vid undersökning av proteinsyntes i cellkärna användes följande modell

$$X_1'(t) = -X_1(t) + \frac{2}{X_2(t)+1},$$
$$X_2'(t) = kX_1(t) - kX_2(t),$$

där k är en positiv parameter. Antag att $X_1(t) \geq 0$, $X_2(t) \geq 0$.

(a) Bestäm den stationära lösningen.

(b) I ett fall var $k = 9$. Är den stationära lösningen stabil?

(c) Vad gäller för övriga värden på k?

4. Bestäm lokala maxima och minima för funktionen

$$f(x,y) = 4x^2 + 3y^2 - 4xy + 3x.$$

5. Lös randvärdesproblemet

$$-x^{-2}(x^2u'(x))' + \phi^2 u(x) = 0, \quad -1 < x < 1,$$
$$u(-1) = 1,\ u(1) = 1,$$

där ϕ är en positiv parameter. (Tips: inför en ny beroende variabel $v(x) = xu(x)$.) Bestäm $u(0)$. Bestäm gränsvärdet $\lim_{\phi\to 0} u(x)$. Ge en kemiteknisk tolkning av randvärdesproblemet.

/stig