Hjälpmedel: INGA

MATEMATIK Telefon: Marcus Warfheimer, 0762721860, besöker salar 14.30, 17.00

Chalmers tekniska högskola 2006–12–16 kl. 14.00–18.00

TMA690 Fourieranalys F3, 3 poäng

OBS! Ange namn, personnummer, kurskod samt linje och inskrivningsår.

---

1. Låt D vara ett begränsat område i $\mathbb{R}^d$ med glatt rand. Avgör om det finns en positiv glatt lösning till randvärde problem $\Delta u - u^3 = 1$ i D, $\frac{\partial u}{\partial \nu} = 0$ på randen av D. Finns det några reella lösningar av ekvationen $\Delta u - u^3 - 2u = 0$ med detta randvillkor? Hitta alla, om de finns. Med randvillkoret $u = 0$ på randen? (6p)

2. Härleda och diskutera d'Alembertformel. Berätta så mycket du kan om beroendeområdet för vågekvationen. Låt $u(x,t)$ vara en lösning till vågekvation $u_{tt} - 4u_{xx} = 0$, $x \in \mathbb{R}^1, t > 0$.

   a) Antar att vi vet att $u(x,t) = 0$ i rektangeln $|x| \leq 1; 0 \leq t <\leq 2$. I vilka punkter till är lösningen definierad av sådana data.

   b) Antar att $u(x,t) = 0$ *utanför* denna rektangel. I vilka punkter till måste $u(x,t)$ vara lika med 0?? `led: försök med variabelbytet` $t \mapsto -t$

   (8p)

3. Formulera den svaga maximumprincipen för paraboliska ekvationer. Förklara fysikaliska tolkningen. Med hjälp av den principen visa att randvärdeproblemet $u_t - \Delta u + \sum_{k=1}^{d} x_k \frac{\partial u}{\partial x_k} = F(t,x)$ för $x \in D \subset \mathbb{R}^d$ (D är ett begränsat område), $t \in (0,T)$, $u(x,0) = \varphi_0(x)$, $u(x,t) = g(x,t)$ för $x \in \partial D$ kan ha inte fler än en lösning. (8p)

4. Ge motivering för definition av derivatan av en distribution. Avgör vilka distributioner är lösningar av differentialekvation $x^3 f''(x) = 0, x \in \mathbb{R}^1$? a)$f(x) = \theta(x)$, b)$f(x) = \delta(x)$, c) $f(x) = \delta'(x)$, d) $f(x) = x\delta'(x)$, e) $f(x) = |x|\delta(x)$. (8p)

5. Berätta så mycket som du kan om definition av generaliserade lösningar till elliptiska randvärdeproblem och idé av FEM för dem. (13p)

6. Berätta så mycket du kan om finitdifferensmetoden för att lösa PDE.(7p)

Skrivningen beräknas färdigrättas ons. 3. jan. Lösningsförslag publiceras på kursens webbsida 18.dec. Ev. granskning torsdagen, 18.jan, 13-15, i mitt kontor.

G.Rozenblioum

GR