

Vecko-PM Linjär algebra, vecka 1.

Kapitel 1 i Tengstrand

Linjära ekvationssystem, eliminationsmetoden.

Exempel

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \\ -5x_4 = 1 \end{cases} \text{ (Entydig lösning.)}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \\ 0x_4 = 1 \end{cases} \text{ (Ingen lösning.)}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} \text{ (Oändligt många)}$$

Några satser:

- Ett ekvationssystem har antingen
 - Entydig lösning,
 - Oändligt många lösningar eller
 - Ingen lösning.
- Ett *homogent* system med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar.
- För ett system med lika många obekanta som ekvationer gäller:
Systemet har entydig lösning $\Leftrightarrow$
Motsvarande homogena system har endast den triviala lösningen.

Övningar

- På tavlan: 1.1, 1.2, 1.3
- Öva själva: 1.4 - 1.10.