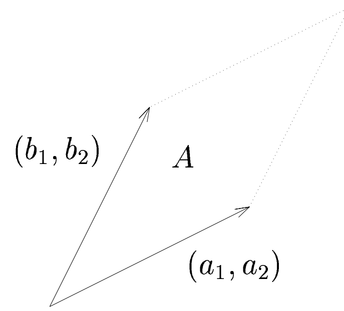
Vecko–PM Linjär algebra, vecka 6.

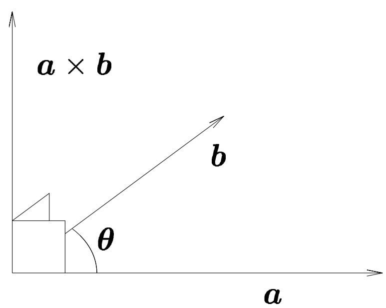
Kapitel 5 i Tengstrand

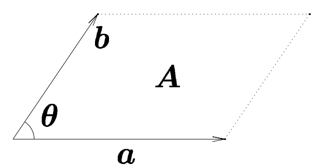


Area och determinanten för en 2×2-matris

$$det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 - a_2 b_1) = \pm A$$

Vektorprodukt
(Kryssprodukt)





$$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \sin\theta = A$$

Räknelagar: Sid 107!

På komponentform

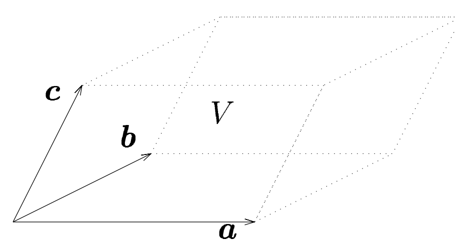
$$(a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) = (\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix})$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$$

Volym och determinanten för en 3×3-matris

$$V(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \pm V$$



Några satser

- Räkneregler för volymfunktionen (sid 113).
- $det(AB) = det(A)det(B)$
- $det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A$ är inverterbar.
- $det(A^{-1}) = \frac{1}{det(A)}$ (om A är inverterbar)

vänd!

Övningar

På tavlan: 5.6, 5.10, 5.11, 5.14.

Öva själva: 5.1–5.4, 5.9, 5.12, 5.17, 5.19.