

Avsnitt 7.6 – 8.2 i Tengstrand.

Linjära avbildningar och basbyte

- Om A och A' är F 's avbildningsmatriser i baserna $\underline{e}$ resp. $\underline{e}'$ där $\underline{e}' = \underline{e}^T$ så är $A' = T^{-1}AT$

Obs: Alla avbildningsmatriser har samma determinant.

Isometrier

- Om F ges av matrisen A i en ON-bas så är F isometrisk $\Leftrightarrow A$ är ortogonal.
- Isometrier är $\begin{cases} \text{vridningar om } \det A = 1 \\ \text{vridspeglingar om } \det A = -1. \end{cases}$

Obs: För ortogonala matriser är $\det A = \pm 1$.

Egenvärden, egenvektorer

Om F är en linjär avbildning och $F(\mathbf{u}) = \lambda \mathbf{u}$, där $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ och λ är ett tal, så kallas $\mathbf{u}$ för en *egenvektor* till F . Talet λ kallas *egenvärde*.

- Egenvärdena är rötter till *sekulärekvationen*: $\det(A - \lambda E) = 0$, där A är avbildningsmatrisen i någon bas.
- Om det finns en bas av egenvektorer så är avbildningsmatrisen i denna bas en diagonalmatris:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \text{ där } \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \text{ är egenvärdena som hör till basvektorerna.}$$

Symmetriska avbildningar:

$$F(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot F(\mathbf{v})$$

- I ON-bas: F symmetrisk $\Leftrightarrow A$ symmetrisk matris.
- **Spektralsatsen:** Om F är symmetrisk så finns en ON-bas bestående av egenvektorer till F .

Gruppuppgift till må 4/2: Bestäm avbildningsmatrisen för den avbildning som roterar punkterna i rummet $1/12$ varv (åt valfritt håll) kring axeln genom $(0,0,0)$ med riktningsvektor $(1,0,1)$. Läs gärna ex 17, sid 99-101 först. Med nya kunskaper om linjära avbildningar, är det lättare att bestämma den matris som i exemplet kallas A . **Denna uppgift utgör en viktig förberedelse till lab 5!**

Övningar På tavlan: 7.6b,15,16a, 8.2,3,7a.
Själva: 7.6ac,13,14,16bc,17,18,20, 8.1,4,5,6,7bc.