

Lab 4:

Några geometriska uppgifter och plottning av figurer.

Jörgen Löfström, Magnus Lundin, Sven Järner, Lennart Falk

Inledning

I sista uppgiften kommer ni att behöva en "personlig vektor", låt därför $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ och $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ vara de vektorer i R^3 vars komponenter är de tre sista siffrorna i era personnummer. Skriv in $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$ överst på lab-redovisningen.

Redovisning: Tre olika deluppgifter, detaljer ges i varje uppgift. Om tiden räcker till, går det bra att visa upp resultaten för handledaren, annars får man lämna in begärda utskrifter.

Kommandon som kan vara till nytta i dessa uppgifter :

norm beräknar längden av en vektor.

acos arcus-cosinus.

dot beräknar skalärprodukten av två vektorer (alternativt: $\mathbf{x}'\mathbf{y}$ om $\mathbf{x}$ och $\mathbf{y}$ är kolonnvektorer).

cross beräknar vektorprodukten av två vektorer (aktuellt i nästa lab).

Vinkeln mellan två vektorer

Uppgift 1: Skriv en funktionsfil som beräknar vinkeln mellan två givna vektorer.

Matematisk formel :

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos v$$

Funktionsfil: *function v=vinkel(x,y)*

Input : x, y - två vektorer

Output : v - vinkeln mellan x och y . Programmet skall ge vinkeln mellan vektorerna (valfri vinkelenhet). Skriv gärna programmet så att det inte spelar någon roll om vektorerna matas in som kolonnvektorer eller som radvektorer. Testa funktionen på vektorerna $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$. Redovisa med programmet samt resultatet från testkörningen.

Spegling

Matematisk bakgrund :

Låt planet π vara givet som $Ax + By + Cz = D$. Dividerar vi ekvationen med $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, så får vi en ny ekvation $ax + by + cz = d$, och en normalvektor $\mathbf{n} = (a, b, c)$ av längd 1. Tag en punkt med Ortsvektorn $\mathbf{x}$, och låt $\mathbf{p}$ och $\mathbf{s}$ vara Ortsvektorn för ortogonala projektionen respektive speglingen av $\mathbf{x}$ i planet π . Om nu $\mathbf{x}_0$ är Ortsvektorn för en punkt i planet så ger projektiionsformeln

$$\mathbf{p} - \mathbf{x} = ((\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = (\mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{n} - \mathbf{x} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = (d - \mathbf{x} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$

(Observera att $\mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{n} = d$ för en punkt på planet)

För spegelpunkten gäller $\mathbf{s} = \mathbf{x} + 2(\mathbf{p} - \mathbf{x})$, dvs

$$\mathbf{s} = \mathbf{x} + 2(d - \mathbf{x} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$

VAR GOD VÄND!

Uppgift 2: Skriv ett program som gör följande:

Givet planet $Ax + By + Cz = D$ och en punkt $\mathbf{x}$ i rummet, beräkna spegelbilden $\mathbf{s}$ av $\mathbf{x}$ i planet. Funktionsfil:

function s=spegel(x, A, B, C, D)

Input : Punkten x och parametrarna i planets ekvation.

Output : Spegelbilden s .

För bästa anpassning till nästa uppgift, presentera alla förekommande vektorer som kolonnvektorer. Testa funktionerna på några lämpligt valda plan och punkter, för vilka man lätt kontrollerar att resultaten stämmer. Visa upp eller lämna in filen.

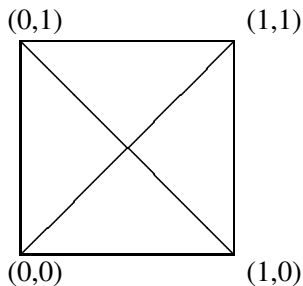
Ritning av godtyckliga figurer

Vi vill kunna rita godtyckliga plana figurer med MATLAB, exempelvis en kurva $(x(t), y(t))$ på parameterform eller en polygon. Detta kan göras genom att skapa en koordinatmatris för de punkter vi vill rita. Denna matris kan skrivas på något av följande sätt

$$P = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = [\mathbf{p}_1 \quad \mathbf{p}_2 \quad \dots \quad \mathbf{p}_n]$$

$\mathbf{x}$ och $\mathbf{y}$ är då radvektorer av längd n av x - resp y -koordinaterna för punkterna, medan $\mathbf{p}_i$ är en kolonnvektor med koordinaterna för en punkt. Om vi vill rita en kurva på parameterform så väljer vi $\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} x(t_i) \\ y(t_i) \end{bmatrix}$ för tilläckligt täta t -värden. En polygon får vi om vi låter $\mathbf{p}_i$ vara hörnen uppräknade i en lämplig ordning. Vi ritar nu figuren genom att plotta x -koordinaterna mot y -koordinaterna med kommandot `»plot(P(1,:),P(2,:))`.

Pröva genom att rita figuren nedan!



Uppgift 3: Rita en triangel, vars hörn är punkterna (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , (a_3, b_3) (byt gärna ut någon koordinat, om triangeln blir alltför flack). Använd funktionen “spegel” i föregående avsnitt för att bestämma figurens spegelbild i linjen $x + 2y = 1$. Observera att spegling i plan ska bytas ut mot spegling i linje: välj $C = 0$ och mata in vektorn $\mathbf{x}$ med z -koordinaten noll. Plotta linjen, figuren och dess spegelbild i samma figur. Visa upp eller lämna in denna figur (behöver inte göras via något nytt program).