

Vecko-PM Linjär algebra, vecka 1-2.

Kapitel 1 i Tengstrand

Linjära ekvationssystem, eliminationsmetoden.

Exempel

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \\ -5x_4 = 1 \end{cases} \text{ (Entydig lösning.)}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \\ 0x_4 = 1 \end{cases} \text{ (Ingen lösning.)}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} \text{ (Oändligt många)}$$

Några satser:

- Ett ekvationssystem har antingen
 - Entydig lösning,
 - Oändligt många lösningar eller
 - Ingen lösning.
- Ett *homogent* system med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar.
- För ett system med lika många obekanta som ekvationer gäller:
Systemet har entydig lösning $\Leftrightarrow$
Motsvarande homogena system har endast den triviala lösningen.

Övningar

- På tavlan: 1.1, 1.2, 1.3
- Öva själva: 1.4 - 1.10.

Var god vänd!

Avsnitt 2.1-2.3

Matrisalgebra

$$m \times n\text{-matris: } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Addition: $A + B$

Multiplikation med skalär: aA

Matrismultiplikation:
$$\begin{matrix} A & B & = & C \\ m \times p & p \times n & & m \times n \end{matrix}$$

$$c_{jk} = a_{j1}b_{1k} + a_{j2}b_{2k} + \dots + a_{jp}b_{pk}$$

Räknelagar sid 34.

Enhetsmatris:
$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Transponat: A^t Räknelagar sid 40.

Övningar

- På tavlan: 2.6, 2.10, 2.11ab, 2.12, 2.13b, 2.15.
- Öva själva: 2.1, 2.2, 2.5, 2.7, 2.8, 2.14.