

Vecko-PM Linjär algebra, vecka 11.

Kap 11 och 12 i Tengstrand

Definition av Vektorrum (Linjärt rum)

$\mathbb{R}^n$, mängden av n -tupler av reella tal är ett vektorrum.

Underrum: Om V är ett vektorrum och U är en delmängd sådan att u och $v \in U \Rightarrow \alpha u + \beta v \in U$ så är U ett *Underrum* till V .

Linjärt hölje till en mängd vektorer $v_1, v_2, \dots, v_p$:

$[M]$ = mängden av linjärkombinationer av $v_1, \dots, v_p$. ($[M]$ *spänns upp* av M)

Linjärt beroende och oberoende:

$v_1, \dots, v_n$ kallas *linjärt beroende* om det finns $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, där inte alla är 0, så att $\lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n = 0$ Motsatsen kallas *linjärt oberoende*

Bas-begreppet:

$M = \{e_1, \dots, e_n\}$ kallas för en *bas* för V om $\begin{cases} M \text{ är linjärt oberoende.} \\ M \text{ spänner upp } V. \end{cases}$

Entydig koordinatframställning m.a.p. en bas

Satser

- Om V spänns upp av m st element så är fler än m element ur V linjärt beroende.
- Alla baser för V har samma antal element. Detta antal kallas för *dimensionen* av V .
- En linjärt oberoende mängd kan utvidgas till en bas.

Euklidiska rum, skalärprodukter

Exempel på skalärprodukter: $\begin{cases} \mathbb{R}^n : \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{x}^t \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \\ C(a, b) : f(t) \cdot g(t) = \int_a^b f(t) g(t) dt \end{cases}$

Cauchy-Schwarts olikhet, Triangelolikheten.

Sats: Varje euklidiskt rum har en ON-bas.

Övningar: På tavlan: 11.7, 9, 12.3, 4, 5. (Delar av detta på föreläsning)
Själva: 11.1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12.1, 2, 6