

Avsnitt 14.4-14.5, 15 och 16. i Tengstrand

Transponerade avbildningar och rangen för en matris

Satser:

- $N(A) = V(A^t)^\perp, \quad V(A) = N(A^t)^\perp$
- $V = N(A) \oplus V(A^t) = V(A) \oplus N(A^t)$
- $\dim N(A) = \dim N(A^t), \quad \dim V(A) = \dim V(A^t)$
- $\text{rang}(A) = \text{rang}(A^t)$

Minsta-kvadratmetoden

Det eller de $\mathbf{x}$ som minimerar $\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|$ är lösning till systemet

$$A^t A \mathbf{x} = A^t \mathbf{b}$$

Det senare systemet har alltid lösning.

Eigenvärden och spektralsatsen för symmetriska avbildningar

Tillämpningar på kvadratiske former

(Jämför kapitel 8 och 9)

Diagonalisering och system av differentialekvationer

$$X'(t) = AX(t), \quad X(0) = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$$

- Om A är diagonaliserbar, $A = TDT^{-1}$, så är lösningen på formen

$$X(t) = \beta_1 e^{\lambda_1 t} G_1 + \cdots + \beta_n e^{\lambda_n t} G_n$$

där $G_1, \dots, G_n$ är egenvektorena (kolonnerna i T), $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ är eigenvärdena och

$$T \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}. \text{ Med } e^{At} = Te^{Dt}T^{-1}, \text{ kan detta skrivas: } X(t) = e^{At}X(0).$$

Övningar På tavlan: 15.1, 15.3, 16.2.
Själva: 14.5, 13, 15.2, 15.4, 16.1, 16.3.