

Avsnitt 8.1 – 8.3 i Tengstrand.

Eigenvärden, egenvektorer

Om F är en linjär avbildning och $F(\mathbf{u}) = \lambda\mathbf{u}$, där $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ och λ är ett tal, så kallas $\mathbf{u}$ för en *egenvektor* till F . Talet λ kallas *egenvärde*.

- Eigenvärdena är rötter till *sekulärekvationen*: $\det(A - \lambda E) = 0$, där A är avbildningsmatrisen i någon bas.
- Om det finns en bas av egenvektorer så är avbildningsmatrisen i denna bas en diagonalmatris:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \text{ där } \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \text{ är egenvärdena som hör till basvektorerna.}$$

Symmetriska avbildningar:

$$F(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot F(\mathbf{v})$$

- I ON-bas: F symmetrisk $\Leftrightarrow A$ symmetrisk matris.
- Spektralsatsen:** Om F är symmetrisk så finns en ON-bas bestående av egenvektorer till F .

Beräkning av matrispotenser

Om A diagonaliseras av T , dvs $T^{-1}AT = D$, där D är en diagonalmatris, så är $A^n = TD^nT^{-1}$. Matrisen D^n är lätt att beräkna!

Övningar På tavlan: 8.2,3,7a,9,12.
Själva: 8.1,4,5,6,7bc,8b,10,11.

Extrauppgift : Bestäm avbildningsmatrisen för den avbildning som roterar punkterna i rummet $1/12$ varv (åt valfritt håll) kring axeln genom $(0,0,0)$ med riktningsvektor $(1,0,1)$. Läs gärna ex 17, sid 99-101 först. Med nya kunskaper om linjära avbildningar, är det lättare att bestämma den matris som i exemplet kallas A . **Denna uppgift utgör en viktig förberedelse till lab 5!**