

Linjär Algebra Z1 (tma772)

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Skriv linje och inskrivningsår på omslaget. Skriv högst en uppgift per blad och numrera sidorna med uppgift ett först och så vidare.

1. (a) Bestäm en ekvation i normalform för planet genom punkterna $(1, 2, -1)$, $(3, 1, -3)$ och $(4, 1, -5)$. (6p)
(b) Bestäm avståndet från punkten $(-3, 1, 4)$ till planet i a).

2. För vilka a och b är nedanstående ekvationssystem lösbart? Lös ekvationssystemet för dessa a och b . (6p)

$$\begin{cases} ax - y + 8z = b \\ 2x - y + 5z = 1 \\ x + 3y + 6z = 4 \\ x + 8y + z = -11 \end{cases}$$

3. (a) Bestäm avbildningsmatrisen för spegling av rummets vektorer i planet $2x + y - z = 0$. (7p)
(b) Vilka egenvärden har avbildningsmatrisen? Ange också minst en egenvektor.

4. Bestäm, med hjälp av minsta kvadratmetoden, det plan $z = ax + by + c$ som är bäst anpassat till punkterna $(1, 2, 3)$, $(-1, 0, 1)$, $(1, 1, 1)$ och $(1, 0, 2)$. (6p)

5. Låt (6p)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrisen A ovan har egenvärdena -2 och 2 . Bestäm en ON-bas av egenvektorer till A .

6. Punkterna $A = (1, 5, -2)$, $B = (3, 1, -6)$ och $R = (-1, 3, -10)$ är givna. Låt l vara linjen genom R och mittpunkten på sträckan AB . Vilka punkter C på linjen l har egenskapen att arean av triangeln ABC är lika med 1? (6p)

7. (a) Formulera och bevisa Cramers regel för 3×3 matriser (7p)
(b) Lös med hjälp av Cramers regel ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}.$$

8. (a) Skriv ner de räknelagar som en skalärprodukt på ett vektorrum måste uppfylla. Ge också ett exempel på en skalärprodukt på vektorrummet $C(\mathbb{R})$ (kontinuerliga funktioner på $\mathbb{R}$). (6p)
(b) Formulera och bevisa triangelolikheten på ett Euklidiskt rum.