

Vecko-PM Linjär algebra, Lp3 vecka 6-7.

Kapitel 14, 15 och 16 i Tengstrand

Linjära avbildningar

- Matrisframställning i en bas.
- Sats 14.15 sid 253 (jämför med sats 7.25 om linjära avbildningar på rummet).
- Nollrum, Värderum, Dimensionssatsen.

Ortogonal projektion

Satser:(Om ortogonal projektion och den bästa approximationen)

Om V är ett Euklidiskt vektorrum och U ett ändligtdimensionellt underrum så kan varje vektor $\mathbf{v} \in V$ entydigt skrivas

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} + \mathbf{z} \text{ där } \mathbf{w} \in U \text{ och } \mathbf{z} \in U^\perp.$$

(Dvs. V ges av den direkta summan $V = U \oplus U^\perp$).

Om dessutom $\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_p\}$ är en ON-bas för U så gäller att

$$\mathbf{w} = (\mathbf{v}|\mathbf{e}_1)\mathbf{e}_1 + (\mathbf{v}|\mathbf{e}_2)\mathbf{e}_2 + \dots + (\mathbf{v}|\mathbf{e}_p)\mathbf{e}_p.$$

(*Ortogonal projektionen* av $\mathbf{v}$ på underrummet U .)

Till sist gäller att $\mathbf{w}$ är den vektor i U som ligger närmast vektorn $\mathbf{v}$;

$$\|\mathbf{v} - \mathbf{w}\| \leq \|\mathbf{v} - \mathbf{u}\| \text{ för alla vektorer } \mathbf{u} \in U$$

Minsta-kvadratmetoden

$\mathbf{x}_0$ är en minsta kvadratlösning till $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ om avståndet $|A\mathbf{x} - \mathbf{b}|$ är minimalt, vilket gäller precis då $\mathbf{x}_0$ är en lösning till systemet

$$A^t A\mathbf{x} = A^t \mathbf{b}$$

(Det senare systemet har alltid lösning.)

Något om Fouriersummor

Transponerade avbildningar och rangen för en matris

- $N(A) = V(A^t)^\perp, \quad V(A) = N(A^t)^\perp$
- $\dim N(A) = \dim N(A^t), \quad \dim V(A) = \dim V(A^t)$
- $\text{rang}(A) = \text{rang}(A^t)$

Eigenvärden och spektralsatsen för symmetriska avbildningar

Tillämpningar på kvadratiska former

(Jämför kapitel 8 och 9)

Övningar På tavlan: 14.2, 4, 8, 12, 13; 15.1, 3; 16.2

Själva: 14.1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11; 15.2, 4; 16.1, 3