Vecko–PM Linjär algebra, vecka 2.

Avsnitt 2.4-2.5.

Matrisinvers

En kvadratisk matris A kallas **inverterbar** med **invers** A^{-1} om

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$

Några satser:

- Det finns högst en invers.
- Ekvationssystemet $AX = B$ har lösningen $X = A^{-1}B$ om A är inverterbar.
- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t, \qquad (\lambda A)^{-1} = \lambda^{-1}A^{-1}, \qquad (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$
- Låt A vara en kvadratisk matris. Då är följande påståenden ekvivalenta:
  a) A är inverterbar.
  b) Ekvationssystemet $AX = B$ har entydig lösning för varje B.
  c) A har en högerinvers, (dvs. det finns en matris C sån att $AC = E$).
- Om $(A|E) \sim (E|C)$ så är $C = A^{-1}$.
- Om $(A|B) \sim (E|X)$ så är $X = A^{-1}B$, (även då B är en matris).

Övningar

- På tavlan: 2.17 F,B, 2.18.
- Öva själva: 2.17 A,C,D,G, 2.20, 2.24 (Det räcker att kryptera ordet “matriser”).

Var god vänd!

Gruppuppgift till fredag 14/11

a) Bestäm matrisen X så att (dvs lös matrisekvationen) $AX = B$, där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ och } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Lös matrisekvationen $BXA = C - BX$, där

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 7 & 17 & 8 & 25 \\ -6 & -2 & 12 & 12 \end{bmatrix},$$

genom att "samla ihop" X-temerna, bryta ut X och sedan multiplicera med lämpliga inverser. Kan du lösa uppgiften utan att beräkna inversen till $A + E$?