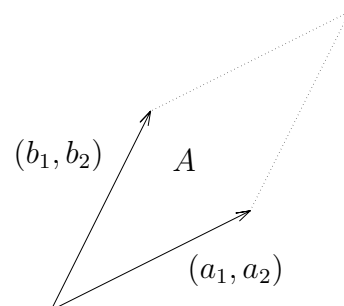


Vecko-PM Linjär algebra, vecka 5.

Kapitel 5 i Tengstrand

Area och determinanten för en 2×2 -matris

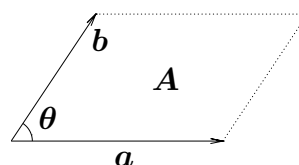
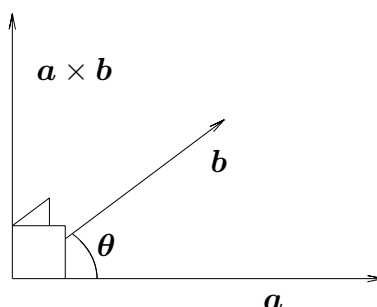
$$\det \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 - a_2 b_1) = \pm A$$



Vektorprodukt (Kryssprodukt)

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta = A$$

Räknelagar: Sid 107!

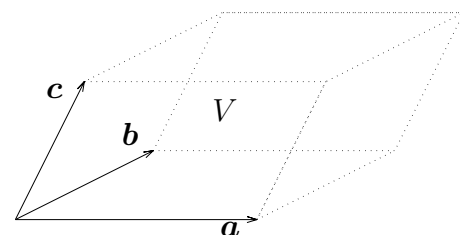


På komponentform

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) &= \left(\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1) \end{aligned}$$

Volym och determinanten för en 3×3 -matris

$$\begin{aligned} V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) &= \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \det \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \\ &= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \pm V \end{aligned}$$



Några satser

- Räkneregler för volymfunktionen (sid 113).
- $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
- $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A$ är inverterbar.
- $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$ (om A är inverterbar)

vänd!

Övningar:

På tavlan: 5.6, 5.10, 5.11, 5.14.

Öva själva: 5.1–5.4, 5.9, 5.12, 5.15, 5.16, 5.17, 5.19.

Gruppuppgift till fredag 5/12.

- a) En satellit rör sig rätlinjigt med konstant hastighet. I ett givet ögonblick ($t = 0$) befinner den sig i punkten $(-30, 50, 20)$ och efter en halv minut befinner den sig i punkten $(120, 200, -130)$.
(Koordinaterna är angivna i ett ON-system och längdenheten är km.)
Vilken hastighet och fart har satelliten och var befinner den sig efter 10 minuter?
- b) Inte alltför långt bort finns en asteroid med en diameter mindre än fyra kilometer. Vid tidpunkten $t = 1$ (sekund) så befinner den sig i punkten $(92, -64, 253)$ och den har hastigheten $(4, 6, -7)$ (km/s). Avgör om satelliten och asteroiden kolliderar med varandra. Om inte, hur nära kommer de varandra? Korsar banorna varandra?