

Vecko-PM Linjär algebra, vecka 6.

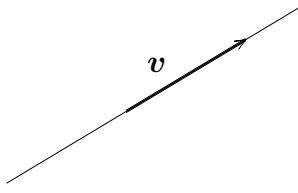
Kapitel 6 i Tengstrand.

Linjer

Parameterform: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + t\mathbf{v}$, dvs

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + tv_1 \\ x_2 = a_2 + tv_2, \quad t \in \mathbb{R} \\ x_3 = a_3 + tv_3 \end{cases}$$

Avstånd punkt–linje: $d = \frac{|\overrightarrow{PP_0} \times \mathbf{v}|}{|\mathbf{v}|}$



Plan

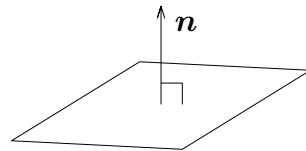
Parameterform: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + s\mathbf{v} + t\mathbf{u}$, dvs

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + sv_1 + tu_1 \\ x_2 = a_2 + sv_2 + tu_2, \quad s, t \in \mathbb{R} \\ x_3 = a_3 + sv_3 + tu_3 \end{cases}$$

Normalform $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n} = 0$, dvs

$$n_1(x_1 - a_1) + n_2(x_2 - a_2) + n_3(x_3 - a_3) = 0$$

Avstånd punkt–plan: $d = \frac{|\overrightarrow{PP_0} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|}$



Övningar:

På tavlan: 6.6, 6.8, 6.14, 6.18

Öva själva: 6.1 – 6.5, 6.7, 6.9 – 6.13, 6.15-6.17, 6.20.

Gruppuppgift till onsdag 10/12.

1. Fyra punkter i rummet är givna med koordinater i ett ON-system:

$$P_1 = (1, 2, 1), \quad P_2 = (-1, 1, 0), \quad P_3 = (2, 1, -1), \quad P_4 = (3, 0, 1).$$

a) Beräkna längden av sidan P_1P_4 .

b) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller P_1, P_2, P_3 .

c) Beräkna avståndet från P_4 till detta plan.

d) Bestäm en ekvation för räta linjen genom P_1 och P_4 , dels i parameterform, dels i parameterfri form.

e) Beräkna avståndet från P_2 till denna linje.

f) Beräkna avståndet från linjen genom P_1 och P_4 till linjen genom P_2 och P_3 .

g) Bestäm den ortogonala projektionen av punkten P_4 på planet genom P_1, P_2, P_3 .

h) En ljusstråle från P_4 riktas mot planet ovan i b) och reflekteras i punkten P_3 .

Bestäm ekvationen för den reflekterade ljusstrålen.

2. Bestäm med MATLAB skärningslinjen mellan de båda planen (jfr övn. 6.13)

$$4.65x - 1.84y + 7.11z = 19.01$$

$$9.04x + 4.48y - 8.95z = 5.12$$

Svar till uppgift 1:

- a) $\sqrt{8}$
- b) $x - 5y + 3z + 6 = 0$
- c) $12/\sqrt{35}$
- d) $(x, y, z) = (1, 2, 1) + t(1, -1, 0)$, $t \in \mathbb{R}$ och $x - 1 = 2 - y, z = 1$
- e) $\sqrt{22}/2$
- f) $6/\sqrt{11}$
- g) $(93/35, 60/35, -1/35)$
- h) $(x, y, z) = (2, 1, -1) + t(11, 85, -2)$, $t \in \mathbb{R}$.